2 節 円の方程式

1 円の方程式

（教科書 p.61）

円の方程式

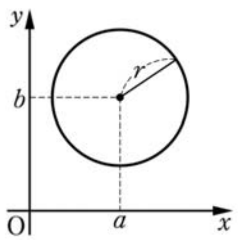
円の方程式

点 $(a,\ b)$ を中心とする半径 r の円の方程式は

$$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a})^2+(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{r}^2$$

とくに，原点を中心とする半径 r の円の方程式は

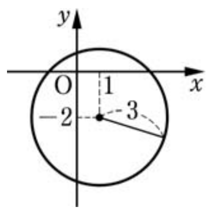
$$\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2=\boldsymbol{r}^2$$



例1 (1)　点 $(1,\ -2)$ を中心とする半径 3 の円の方程式は

$(x-\quad)^2+\{y-(\quad)\}^2=$

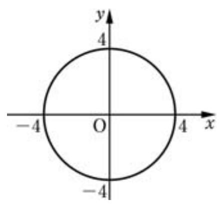
すなわち　$(x-\quad)^2+(y+\quad)^2=$



(2)　原点を中心とする半径 4 の円の方程式は

$x^2+y^2=\quad{}^2$

すなわち　$x^2+y^2=$



問1 次の円の方程式を求めなさい。

(1)　点 $(-2,\ 5)$ を中心とする半径 3 の円

(2)　原点を中心とする半径 2 の円

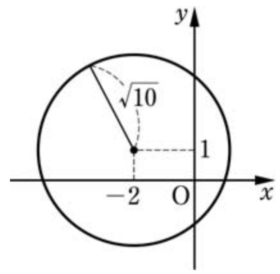
（教科書 p.62）

円の中心と半径

例2 方程式 $(x+2)^2+(y-1)^2=10$ は

$\{x-(\quad)\}^2+(y-\quad)^2=(\qquad)^2$

と変形できるから，この方程式が表す円の中心の座標は　　　，半径は　　　である。



問2 次の方程式が表す円の中心の座標と半径を求めなさい。

(1)　$(x-1)^2+(y-2)^2=9$

(2)　$(x+3)^2+(y+1)^2=4$

(3)　$x^2+(y+2)^2=16$

(4)　$x^2+y^2=10$

2 点を直径の両端とする円

例題 1 2 点 A(1, 2), B(5, 6) を直径の両端とする円の方程式を求めなさい。

解

問3 2 点 A(−1, 4), B(3, 2) を直径の両端とする円の方程式を求めなさい。

円 $x^2+y^2+lx+my+n=0$

（教科書 p.63）

一般に，円の方程式は次の形に表される。

（①　　　　　　　　　　　　　　）

例3 方程式 $x^2+y^2-2x+8y+8=0$ が表す円の中心の座標と半径を求めてみよう。

この式を x を含む項，y を含む項に整理する。

$= -8$

$(x-\quad)^2-\quad^2+(y+\quad)^2-\quad^2=-8$

$(x-\quad)^2+(y+\quad)^2=$

すなわち

$(x-\quad)^2+(y+\quad)^2=\quad^2$

よって，中心の座標は（　　　　　　　），

半径は（　　　　）である。

◀ $x^2-2\times\bigcirc x$
$=(x-\bigcirc)^2-\bigcirc^2$
$y^2+2\times\triangle y$
$=(y+\triangle)^2-\triangle^2$

◀ 方程式を
$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
の形に変形する。

問4 方程式 $x^2+y^2-6x+4y+9=0$ が表す円の中心の座標と半径を求める。

次の $\boxed{\quad}$ にあてはまる数を入れなさい。

$x^2+y^2-6x+4y+9=0$

$(x^2-6x)+(y^2+4y)=\boxed{\quad}$

$\left(x-\boxed{\quad}\right)^2-\boxed{\quad}^2+\left(y+\boxed{\quad}\right)^2-\boxed{\quad}^2=\boxed{\quad}$

$\left(x-\boxed{\quad}\right)^2+\left(y+\boxed{\quad}\right)^2=\boxed{\quad}$

すなわち　$\left(x-\boxed{\quad}\right)^2+\left(y+\boxed{\quad}\right)^2=\boxed{\quad}^2$

よって，中心の座標は $\left(\boxed{\quad},\ \boxed{\quad}\right)$，半径は $\boxed{\quad}$ である。

◀ $x^2-2\times\bigcirc x$
$=(x-\bigcirc)^2-\bigcirc^2$
$y^2+2\times\triangle y$
$=(y+\triangle)^2-\triangle^2$

問5 次の方程式が表す円の中心の座標と半径を求めなさい。

(1) $x^2+y^2-4x+6y+4=0$

(2) $x^2+y^2+8x-10y-8=0$

(3) $x^2+y^2+2x=0$

2 円と直線

円と直線

（教科書 p.64）

例題 2 円 $x^2+y^2=2$ と次の直線の共有点の座標を求めなさい。

⑴ $y=x$　　⑵ $y=x-2$

解

上の例題 2 ⑵のように，円と直線がただ 1 点を共有するとき，円と直線は（②　　　　　　　）といい，この直線を（③　　　　　　），その共有点を（④　　　　　　）という。

問6 次の円と直線の共有点の座標を求めなさい。

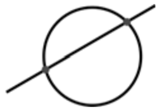
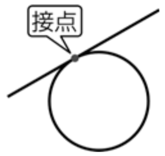
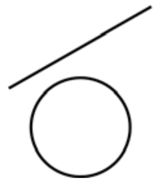
⑴ $x^2+y^2=4,\ y=x+2$

⑵ $x^2+y^2=2,\ y=-x+2$

共有点の個数と２次方程式

（教科書 p.65）

判別式と共有点の個数

判別式	$\boldsymbol{D > 0}$	$\boldsymbol{D = 0}$	$\boldsymbol{D < 0}$
共有点の個数	**2 個**	**1 個**	なし
円と直線の位置関係	２点で交わる 	接する 	離れている 

問7 次の円と直線の共有点の個数を求めなさい。

⑴　$x^2 + y^2 = 4,\ y = -x + 1$

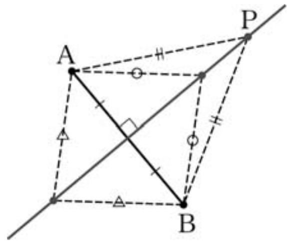
⑵　$x^2 + y^2 = 8,\ y = -x + 4$

⑶　$x^2 + y^2 = 3,\ y = x + 3$

チャレンジ 軌跡

（教科書 p.66）

2 点 A，B から等距離にある点 P の集まりは，中学校で学んだように，線分 AB の垂直二等分線になる。
このように，ある条件を満たす点全体のつくる図形を，その条件を満たす点の（⑤　　　　　　）という。



例題 1 2 点 A(4, 0)，B(1, 0) に対して，距離 AP が距離 BP の 2 倍である点 P の軌跡を求めなさい。

◀ AP：BP＝2：1

解

◀ この点 P の軌跡のようにしてできる円を，アポロニウスの円という。

問1 2 点 A(9, 0)，B(1, 0) に対して，距離 AP が距離 BP の 3 倍である点 P の軌跡を求めなさい。

復 習 問 題

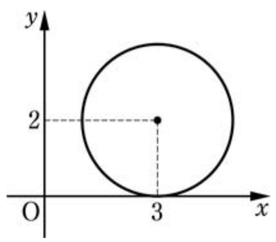
（教科書 p.67）

1 次の円の方程式を求めなさい。

(1) 点 $(3,\ -4)$ を中心とする半径 5 の円

(2) 原点を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円

2 点 $(3,\ 2)$ を中心とし，x 軸に接する円の方程式を求めなさい。



3 次の方程式が表す円の中心の座標と半径を求めなさい。

(1) $(x+2)^2+(y-3)^2=7$

(2) $x^2+(y-2)^2=4$

(3) $x^2+y^2-2x+4y+1=0$

(4) $x^2+y^2+6x-4y+8=0$

4 2 点 $\mathrm{A}(-2,\ 1)$，$\mathrm{B}(4,\ 3)$ を直径の両端とする円の方程式を求めなさい。

5 次の円と直線の共有点の座標を求めなさい。

(1)　$x^2 + y^2 = 5,\ y = 2x + 5$

(2)　$x^2 + y^2 = 10,\ y = x - 2$

(3)　$x^2 + y^2 = 5,\ y = -3x + 5$

6 次の円と直線の共有点の個数を求めなさい。

(1)　$x^2 + y^2 = 9,\ y = x + 5$

(2)　$x^2 + y^2 = 6,\ y = -x + 3$