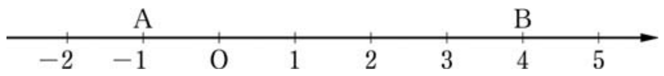
1節 座標と直線の方程式

1 直線上の点の座標

（教科書 p.44）

下の数直線において，点 A は -1 の位置，点 B は 4 の位置というように，
点の位置を 1 つの数で表すことができる。この数を（[①]　　　　　）といい，
点 A，B をそれぞれ $\mathrm{A}(-1)$，$\mathrm{B}(4)$ と表す。



◀座標が a である点 A を $\mathrm{A}(a)$ と書く。

問1 上の数直線に，点 $\mathrm{C}(2)$，$\mathrm{D}(-1.5)$，$\mathrm{E}\left(\frac{1}{2}\right)$ をかきなさい。

2 点間の距離

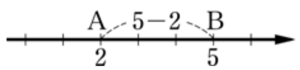
一般に，数直線上の 2 点 A，B 間の距離 AB は，次のように座標の差として求められる。

AB = (（[②]　　　　　）の座標) − (（[③]　　　　　）の座標)

◀$\mathrm{A}(a)$，$\mathrm{B}(b)$ として
$a < b$ のときは $b-a$
$a > b$ のときは $a-b$

例1 (1)　2 点 $\mathrm{A}(2)$，$\mathrm{B}(5)$ 間の距離は

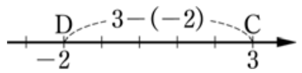
AB =



◀(B の座標)−(A の座標)

(2)　2 点 $\mathrm{C}(3)$，$\mathrm{D}(-2)$ 間の距離は

CD =



◀(C の座標)−(D の座標)

問2 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1)　$\mathrm{A}(3)$，$\mathrm{B}(5)$

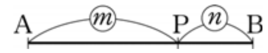
(2)　$\mathrm{C}(-2)$，$\mathrm{D}(1)$

(3)　$\mathrm{E}(4)$，$\mathrm{F}(-1)$

(4)　$\mathrm{G}(-6)$，$\mathrm{H}(-7)$

線分の内分

（教科書 p.45）



右の図のように，線分 AB 上に点 P があって

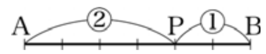
$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n$

であるとき，点 P は線分 AB を $m : n$ に（[④]　　　　　）するという。

また，このとき，点 P を線分 AB の内分点という。

とくに，1 : 1 に内分する点を，その線分の（[⑤]　　　　　）という。

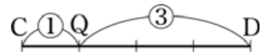
例2 (1)　右の図において



$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = 4 : 2 =$

となるから，点 P は線分 AB を（　　　　　）に内分する。

◀**m と n の求め方**
まず長さを求めて，その比を最も簡単な比になおせばよい。



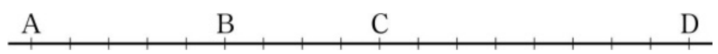
(2)　右の図において，

点 Q は線分 CD を（　　　　　）に内分する。

問3 次の点を，下の図にかきなさい。

(1)　線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P

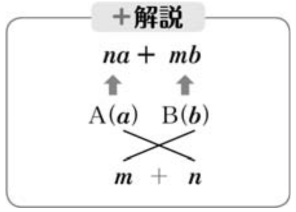
(2)　線分 CD を 3 : 1 に内分する点 Q



内分点の座標

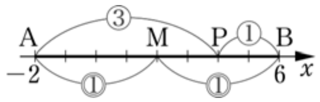
一般に，次のことが成り立つ。

内分点の座標
2 点 A(a)，B(b) を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の座標 x は　$\boldsymbol{x=\frac{na+mb}{m+n}}$ とくに，線分 AB の中点 M の座標 x は　$\boldsymbol{x=\frac{a+b}{2}}$



◀中点は 1：1 に内分する点

例3 2 点 A(-2)，B(6) を結ぶ線分 AB を 3：1 に内分する点 P の座標 x は



$x=$

中点 M の座標 x は

$x=$

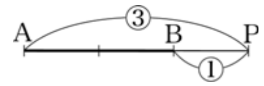
問4 2 点 A(-1)，B(5) を結ぶ線分 AB を 2：1 に内分する点 P と中点 M の座標 x を，それぞれ求めなさい。

外分点の座標

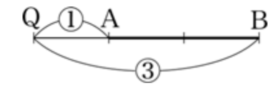
右の図のように，線分 AB の延長上に点 P があって

AP：PB＝3：1

であるとき，点 P は線分 AB を 3：1 に（⑥　　　　　　）するという。



線分 AB を 1：3 に外分する点 Q は，右の図のようになる。

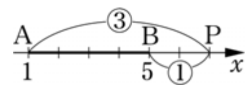


2 点 A(a)，B(b) を結ぶ線分 AB を $m:n$ に外分する点の

座標 x は，内分と同様に求めると，（⑦　　　　　　　　）となる。

◀内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

例4 2 点 A(1)，B(5) を結ぶ線分 AB を 3：1 に外分する点 P の座標 x は



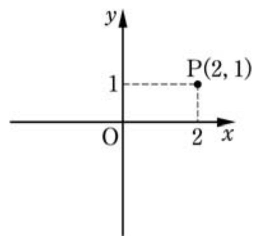
$x=$

問5 2 点 A(1)，B(5) を結ぶ線分 AB を 2：1 に外分する点 P，　1：2に外分する点 Q の座標 x を，それぞれ求めなさい。

2 平面上の点の座標

座標平面

（教科書 p.47）



平面上の点 P の位置は, P の x 座標が a, y 座標が b のとき,
座標 $(a,\ b)$ で表される。このとき，点 P を（⑧　　　　　　　　）と表す。
たとえば，右の図の点 P は,P(2, 1) と表される。

このように，座標の定められた平面を（⑨　　　　　　　　）という。
座標平面は x 軸と y 軸により，右の図のように 4 つの（⑩　　　　　　）
に分けられ，それぞれ第 1 象限，第 2 象限，第 3 象限，第 4 象限という。
x 軸と y 軸は，どの象限にも入らないものとする。

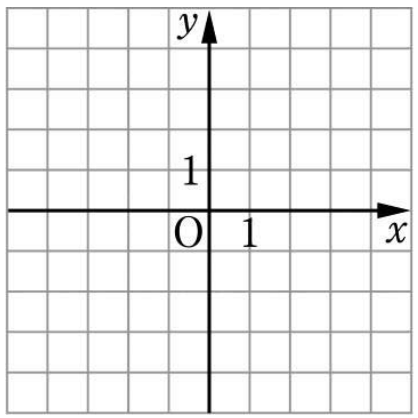
問6 次の点を右の図にかき，第何象限の点であるか答えなさい。

(1) A(4, 3)

(2) B(2, −4)

(3) C(−3, 2)

(4) D(−4, −1)



原点Oとの距離

問7 原点 O，点 P(3, 5) 間の距離 OP を求めなさい。

平面上の 2 点間の距離

（教科書 p.48）

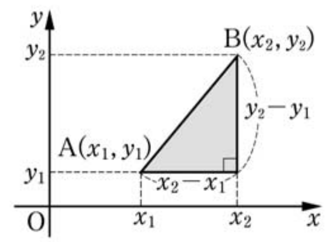
平面上の２点間の距離

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ 間の距離は

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

とくに，原点 O，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 間の距離は

$$\mathbf{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

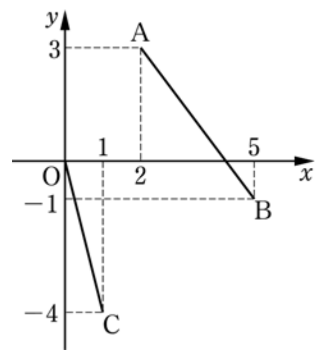


例5 2 点 A(2, 3), B(5, −1) 間の距離は

AB =

また，原点 O，点 C(1, −4) 間の距離は

OC =



問8 次の2点間の距離を求めなさい。

(1) $A(2,\ 1),\ B(3,\ 4)$

(2) $C(3,\ -4),\ D(-2,\ -1)$

(3) $O(0,\ 0),\ E(-3,\ 2)$

(4) $F(2,\ 3),\ G(4,\ 3)$

例題 1 3点 $A(1,1)$, $B(3,5)$, $C(-1,2)$ を頂点とする三角形が直角三角形であることを示しなさい。

解

問9 3点 $A(0,\ 3),\ B(-1,\ -4),\ C(4,\ 1)$ を頂点とする三角形が二等辺三角形であることを示しなさい。

◀ 2辺の長さが等しいことをいえばよい。

平面上の内分点の座標

（教科書 p.50）

一般に，次のことが成り立つ。

平面上の内分点の座標

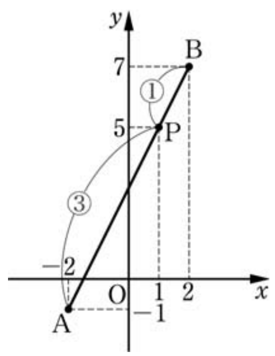
2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\quad \frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$$

とくに，線分 AB の中点の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\quad \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

例6 2 点 $A(-2,\ -1)$，$B(2,\ 7)$ を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めてみよう。



(1) 線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P

点 P の x 座標は

$x =$

y 座標は

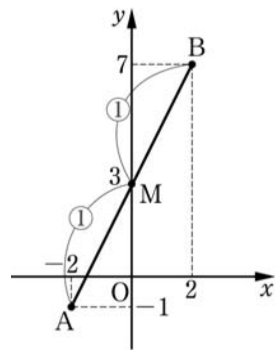
$y =$

よって　P(　　　　　　)

(2) 線分 AB の中点 M

点 M の x 座標は

$x =$



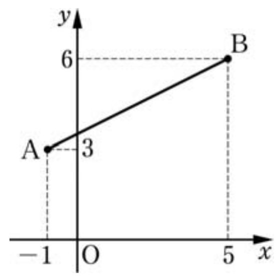
y 座標は

$y =$

よって　M(　　　　　　)

（教科書 p.51）

問 10 2 点 $A(-1,\ 3)$，$B(5,\ 6)$ を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めなさい。



(1) 線分 AB を 1 : 2 に内分する点 P

⑵　線分 AB を 2 : 1 に内分する点 Q

⑶　線分 AB の中点 M

平面上の外分点の座標

平面上において，2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m : n$ に外分する点の座標は

(⑪　　　　　　　　　　　　)

となる。

◀平面上の内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

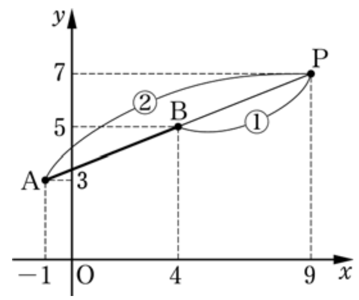
例7 2 点 A(−1, 3)，B(4, 5) を結ぶ線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P の

x 座標は　　$x =$

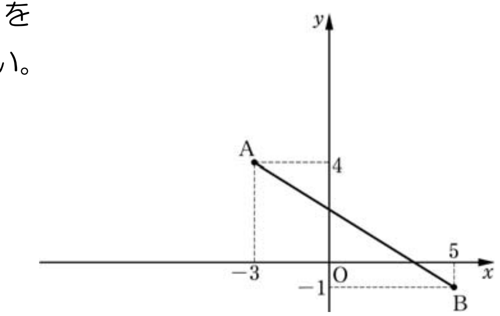
y 座標は　　$y =$

よって

P(　　　　　　)



問 11 2 点 A(−3, 4)，B(5, −1) を結ぶ線分 AB を 1 : 2 に外分する点 P の座標を求めなさい。



三角形の重心の座標

（教科書 p.52）

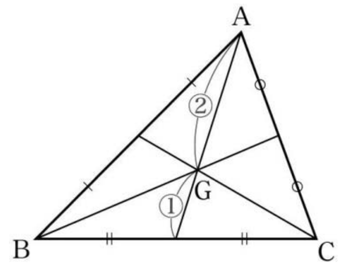
△ ABC の各頂点と向かい合う辺の中点を結ぶ線分を

（⑫　　　　　　　）という。

右の図のように，△ ABC の 3 本の中線は 1 点 G で交わる。この点を△ ABC の（⑬　　　　　　　）という。

重心は，それぞれの中線を 2 : 1 に内分する。

3 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，$C(x_3,\ y_3)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めてみよう。



辺 BC の中点 M の座標は　$\left(\frac{x_2+x_3}{2},\ \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

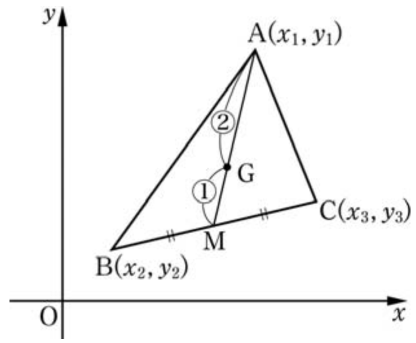
重心 G は中線 AM を 2 : 1 に内分するから，

点 G の x 座標は

$$\frac{1\times x_1+2\times\frac{x_2+x_3}{2}}{2+1}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

同様にして, y 座標は　$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

以上から，重心 G の座標は（⑭　$\left(\qquad\qquad\right)$　）



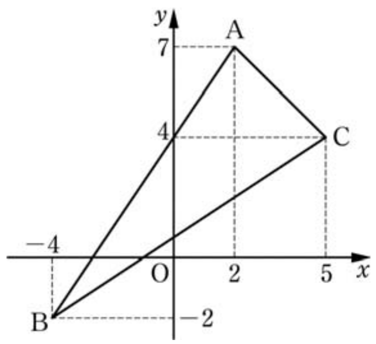
例8 3 点$A(2,\ 7)$，$B(-4,\ -2)$，$C(5,\ 4)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の

x 座標は　$x=$

y 座標は　$y=$

よって

G(　　　　　　)



問 12 3 点 $A(-3,\ 2)$，$B(8,\ 5)$，$C(1,\ -4)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めなさい。

3 直線の方程式

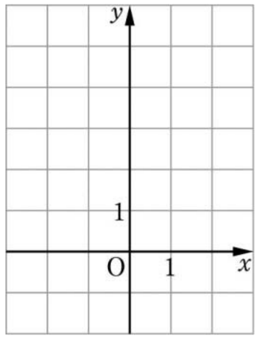
（教科書 p.53）

直線の方程式

問 13 次の方程式が表す直線を右の図にかきなさい。

(1)　$y = x - 1$

(2)　$y = -2x + 1$



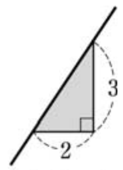
直線の方程式 $y = 2x + 3$ を変形すると，$2x - y + 3 = 0$ となる。
このように，直線の方程式は（⑮　　　　　　　　　　　）の形で表すこともできる。

例9 $3x - 2y + 4 = 0$ を変形すると，$2y = 3x + 4$ より

$y =$

よって，$3x - 2y + 4 = 0$ は
傾きが（　　　　），切片が（　　　　　）の直線を表す。

◀傾き $\frac{3}{2}$



右へ 2 だけ進むとき，上へ 3 だけ進む。

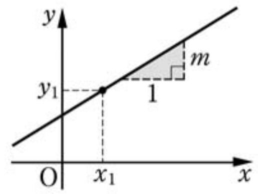
問 14 $2x + 3y - 9 = 0$ が表す直線の傾きと切片を求めなさい。

1点を通り，傾きがmの直線

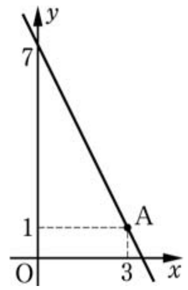
（教科書 p.54）

一般に，次のことが成り立つ。

1 点を通り，傾きが m の直線
点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m の直線の方程式は $\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$



例 10 点 A(3, 1) を通り，傾きが
-2 の直線の方程式は
　$y -$ 　$=$ 　$(x -$ 　$)$
よって　　$y =$



◀ $y - 1 = -2(x - 3)$
　y 座標　傾き　x 座標

問 15 次の直線の方程式を求めなさい。

(1)　点 $(1,\ 2)$ を通り，傾きが 3 の直線

(2)　点 $(-2,\ 3)$ を通り，傾きが -1 の直線

⑶　点 $(3,\ -1)$ を通り，傾きが $\frac{2}{3}$ の直線

2点を通る直線

（教科書 p.55）

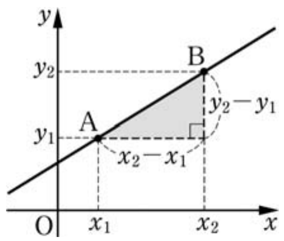
一般に，次のことが成り立つ。

２点を通る直線

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は，

傾き $\boldsymbol{m}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ を求めて

$$\boldsymbol{y-y_1=m(x-x_1)}\qquad \text{ただし}\quad x_1\neq x_2$$

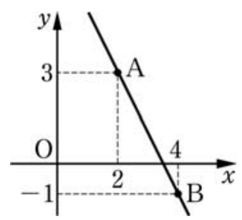


例 11 2 点 $\mathrm{A}(2,\ 3)$，$\mathrm{B}(4,\ -1)$ を通る直線の方程式は，

傾き $m=$　　　　　　　より

$y-\ \ =\ \ (x-\ \ )$

よって　$y=$



問 16 次の 2 点を通る直線の方程式を求めなさい。

(1)　$\mathrm{A}(2,\ 1)$，$\mathrm{B}(5,\ 7)$

⑵　$\mathrm{A}(-1,\ 2)$，$\mathrm{B}(3,\ -6)$

⑶　$\mathrm{A}(-2,\ -1)$，$\mathrm{B}(0,\ 2)$

⑷　$\mathrm{A}(1,\ 4)$，$\mathrm{B}(3,\ 4)$

4 2直線の関係

2 直線の交点

（教科書 p.56）

例 12 2 直線$y = 2x - 1$，$y = -x + 5$
の交点の座標を求めてみよう。
連立方程式

$$\begin{cases} y = 2x - 1 & \cdots\cdots ① \\ y = -x + 5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

を解けばよい。
①，②から，y を消去すると

$2x - 1 =$

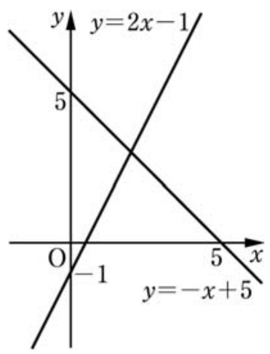
$3x =$

よって，x 座標は　$x =$

このとき，y 座標は①より

$y = 2x - 1 =$

したがって，交点の座標は



◀② に代入して，y 座標を求めてもよい。
$y = -x + 5$
$= -2 + 5 = 3$

問 17 次の 2 直線の交点の座標を求めなさい。

(1)　$y = 2x + 1$，$y = -x + 4$

(2)　$y = 3x - 5$，$2x - y + 1 = 0$

(3)　$3x - y - 5 = 0$，$x + y - 7 = 0$

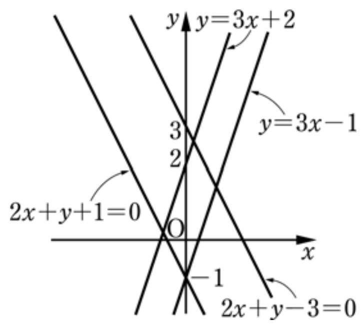
2 直線の平行

（教科書 p.57）

一般に，次のことが成り立つ。

2直線の平行
2 直線 $y = mx + n,\ y = m'x + n'$について 平行になるのは，$\boldsymbol{m = m'}$ のとき

例 13 2 直線 $y = 3x - 1,\ y = 3x + 2$ は, ともに傾きが(　　　　　)
であるから，（　　　　　　）である。
また，2 直線 $2x + y - 3 = 0$,
$2x + y + 1 = 0$ の方程式は，それぞれ
$y =$（　　　　　　　），$y =$（　　　　　　　）と変
形できる。
したがって，この 2 直線は，ともに傾きが（　　　　　）で
あるから，（　　　　　）である。



問 18 次の直線のうち，平行な直線はどれとどれか選びなさい。

◀傾きが等しいものをさがす。

① $y = 2x + 1$　　② $y = -2x + 6$

③ $2x + y - 1 = 0$　　④ $2x - y + 5 = 0$

例題 2 点 (3，1) を通り，直線 $y = -2x + 5$ に平行な直線の方程式を求めなさい。

解

問 19 点 (2，−1) を通り，次の直線に平行な直線の方程式を求めなさい。

(1)　$y = 3x - 1$

(2)　$x + y + 3 = 0$

2 直線の垂直

（教科書 p.58）

一般に，次のことが成り立つ。

2 直線の垂直
2 直線 $y = mx + n,\ y = m'x + n'$ について 垂直になるのは，$\boldsymbol{mm' = -1}$ のとき

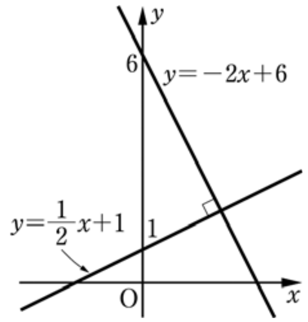
◀$mm' = -1$ より

$m = -\dfrac{1}{m'}$

例 14 2 直線 $y=-2x+6$, $y=\frac{1}{2}x+1$ の傾きの積は

$\times \quad =$

よって，この 2 直線は（　　　　　　　　　　）。



問 20 次の直線のうち，$y=4x-3$に垂直な直線を選びなさい。

① $y=-4x+1$　　② $y=\frac{1}{4}x+1$

③ $y=-\frac{1}{4}x+3$　　④ $y=4x+4$

例 15 直線 $y=3x+2$ に垂直な直線の傾きを m とすると，2 直線の傾きの積が -1 のときに垂直になるから

$\times m=$

よって　$m=$

問 21 次の直線に垂直な直線の傾きを求めなさい。

(1)　$y=x+1$

(2)　$y=-2x+1$

(3)　$y=\frac{2}{3}x-1$

(4)　$3x+y+1=0$

例題 3　点 $(3,\ 1)$ を通り，直線 $y=-2x+5$ に垂直な直線の方程式を求めなさい。

解

問 22 点 $(4,\ 1)$ を通り，次の直線に垂直な直線の方程式を求めなさい。

(1)　$y=\frac{1}{3}x-1$

(2)　$2x+y+4=0$

復 習 問 題

（教科書 p.60）

1 数直線上に 2 点 $A(-5)$，$B(7)$ がある。線分 AB を $1:3$ に内分する点を P，$3:1$ に外分する点を Q とするとき，2 点 P，Q 間の距離を求めなさい。

2 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1) $A(4,\ 0)$，$B(-3,\ 1)$

(2) $C(-3,\ -2)$，$D(2,\ 10)$

3 3 点 $A(-5,\ 1)$，$B(1,\ 4)$，$C(4,\ -2)$ がある。このとき，次の問に答えなさい。

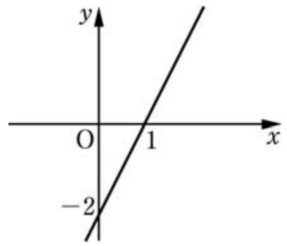
(1) $\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めなさい。

(2) 線分 AB，BC，CA を $2:1$ に内分する点をそれぞれ P，Q，R とするとき，それらの座標を求めなさい。

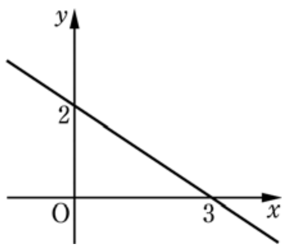
⑶　△ PQR の重心 G′の座標を求めなさい。

4　次の図の直線の方程式を求めなさい。

⑴



⑵



5　2 直線 $y = 3x - 4,\ 2x + y - 1 = 0$ の交点の座標を求めなさい。

6　次の直線の方程式を求めなさい。

⑴　点 $(-3,\ 2)$ を通り，傾きが -1 の直線

⑵　2 点 $(2,\ 5)$，$(-3,\ -5)$ を通る直線

⑶　点 $(2,\ 5)$ を通り，直線 $y = -x + 4$ に平行な直線

⑷　点 $(3,\ 1)$ を通り，直線 $y = 2x + 3$ に垂直な直線