2 節 加法定理

1 加法定理

（教科書 p.92）

サイン･コサインの加法定理

一般に，α，β がどのような角でも，次の公式が成り立つ。

サイン・コサインの加法定理
［1］ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
［2］ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
［3］ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
［4］ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

例1 (1) $\sin 75° = \sin(\qquad + \qquad)$

$=$

ここに注意！

○ $\sin(45°+30°)$
$=\underline{\sin 45°\cos 30°+\cos 45°\sin 30°}$

× $\sin(45°+30°)$
$=\underline{\sin 45°+\sin 30°}$

加法定理の公式を正しく使う。

(2) $\sin 15° = \sin(\qquad - \qquad)$

$=$

◀ $15°=60°-45°$ として求めることもできる。

(3) $\cos 75° = \cos(\qquad + \qquad)$

$=$

◀ $\cos(\alpha+\beta)$
$=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
符号に注意する。

問1 加法定理を用いて，次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\sin 105°$

(2) $\cos 15°$

(3) $\cos 105°$

例2 加法定理を用いて，$\sin(\theta+180°)=-\sin\theta$ であることを確かめよう。

$\sin(\theta+180°)=\qquad\qquad+$

$\qquad\qquad\quad=$

問2 加法定理を用いて，$\cos(\theta+180°)=-\cos\theta$ であることを確かめなさい。

2 加法定理の応用

（教科書 p.94）

2 倍角の公式

２倍角の公式

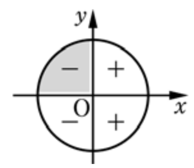
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$= 1-2\sin^2\alpha$$
$$= 2\cos^2\alpha-1$$

例題 1 α が第 2 象限の角で，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$ のとき，$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$ の値を求めなさい。

解

◀ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ より
$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$

◀ $\cos\alpha$ の符号



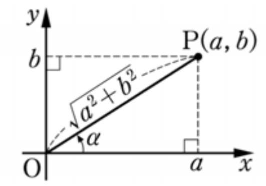
問3 α が第１象限の角で，$\cos\alpha = \frac{3}{5}$ のとき，$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$ の値を求めなさい。

$a\sin\theta + b\cos\theta$ の変形

（教科書 p.95）

一般に，次のことが成り立つ。

三角関数の合成
$$\boldsymbol{a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)}$$ ただし　$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，　$\sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$



例3 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{\quad + \quad}\sin(\theta+\alpha) = \sqrt{\ }\sin(\theta+\alpha)$

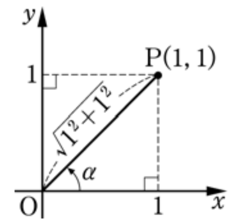
ただし，α は

$\cos\alpha =$ 　　　　　，$\sin\alpha =$

を満たす角である。

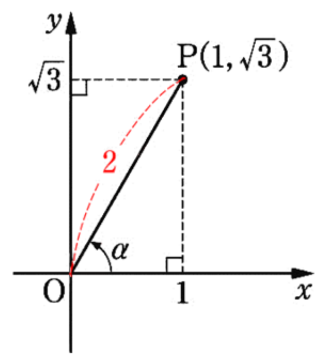
したがって，$\alpha =$（　　　　　　）となるから

$\sin\theta + \cos\theta =$

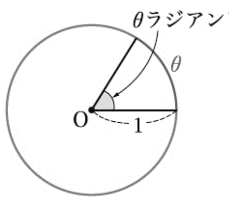


問4 次の式を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形しなさい。

$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$

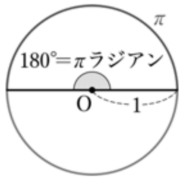


3 弧度法



（教科書 p.96）

これまでの角の表し方とは別に，（① 　　　　　　　　）という角の表し方がある。
弧度法では，半径 1 の円で，長さ θ の弧に対する中心角の大きさを（② 　　　　　　　　）と表す。
半径 1 の半円の弧の長さは π であるから，その中心角は π ラジアンである。

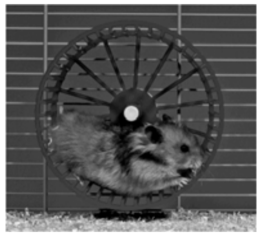


したがって，次の式が成り立つ。

弧度法
180° = π ラジアン

◀ $1^\circ = \dfrac{\pi}{180}$ ラジアン

1ラジアン $= \dfrac{180^\circ}{\pi} \fallingdotseq 57.3^\circ$



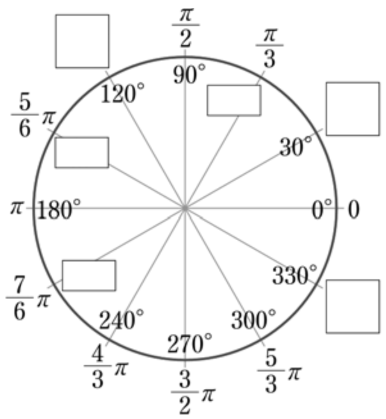
例4 (1)　$90^\circ = \frac{1}{2} \times$（　　　　　　）

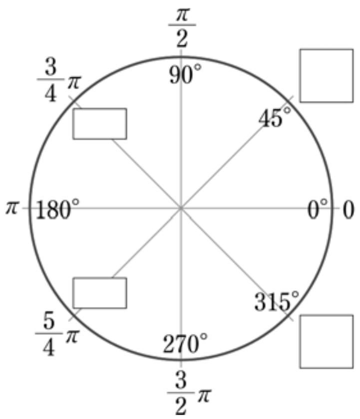
$= \dfrac{1}{2} \times$（　　　　）ラジアン =

(2)　$\frac{\pi}{6}$ ラジアン $= \frac{1}{6} \times$（　　　　）ラジアン

$= \dfrac{1}{6} \times$（　　　　　）=

問5 次の図の $\boxed{}$ にあてはまる角度を入れなさい。





◀ $360^\circ = 2\pi$

例5 (1)　$\sin\frac{7}{6}\pi = \sin$

$= \sin(\quad + \quad)$

$=$

◀ $\sin(\theta + 180^\circ) = -\sin\theta$

(2)　$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos(\quad)$

◀ $\cos(-\theta) = \cos\theta$

$=$

問6 次の三角関数の値を求めなさい。

(1)　$\cos\frac{7}{4}\pi$

(2)　$\sin\left(-\frac{4}{3}\pi\right)$

弧度法によるおうぎ形の弧の長さと面積

（教科書 p.97）

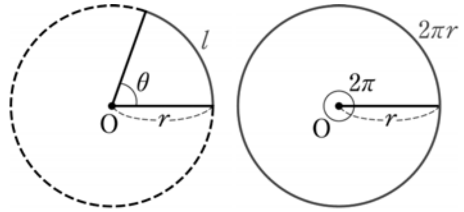
半径 r，中心角 θ のおうぎ形の弧の長さを l，面積を S とする。θ が弧度法で表されているとき，これらの間に成り立つ関係について調べてみよう。

弧の長さの比と（③　　　　　　）の比は等しいから

$l : 2\pi r = \theta : 2\pi$

よって　$2\pi l = 2\pi r\theta$

したがって　$\boldsymbol{l} =$　（④　　　　　）

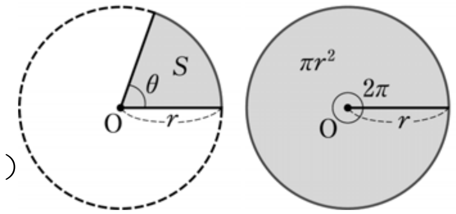


面積の比と（⑤　　　　　　）の比は等しいから

$S : \pi r^2 = \theta : 2\pi$

よって　$2\pi S = \pi r^2\theta$

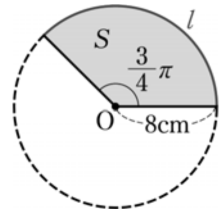
したがって　$\boldsymbol{S} =$ （⑥　　　　　）＝（⑦　　　　　）



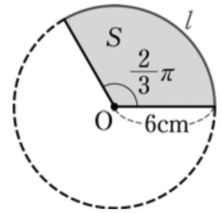
例6 半径 8cm，中心角 $\frac{3}{4}\pi$ のおうぎ形の

弧の長さ l は　$l =$

面積 S は　$S =$



問7 半径 6cm，中心角 $\frac{2}{3}\pi$ のおうぎ形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。



復 習 問 題

（教科書 p.98）

1 加法定理を用いて，次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\sin 165°$

(2) $\cos 165°$

2 α が第 2 象限の角で，$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき，$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$ の値を求めなさい。

3 次の式を $r\,sin(\theta+\alpha)$ の形に変形しなさい。

(1) $\sqrt{3}\sin\theta+3\cos\theta$

(2) $-\sin\theta+\cos\theta$

4 次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\cos\frac{2}{3}\pi$

(2) $\sin\frac{5}{4}\pi$

(3) $\sin\frac{11}{6}\pi$

(4) $\cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)$

5 半径 4cm，中心角 $\frac{7}{4}\pi$ のおうぎ形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

2 節 加法定理

1 加法定理

（教科書 p.92）

サイン･コサインの加法定理

一般に，α，β がどのような角でも，次の公式が成り立つ。

サイン・コサインの加法定理
［1］ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
［2］ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
［3］ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
［4］ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

例1 (1) $\sin 75^\circ=\sin(\ 45^\circ\ +\ 30^\circ\ )$

$=\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

ここに注意！

○ $\sin(45^\circ+30^\circ)$
$=\underline{\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ}$

× $\sin(45^\circ+30^\circ)$
$=\underline{\sin 45^\circ+\sin 30^\circ}$

加法定理の公式を正しく使う。

(2) $\sin 15^\circ=\sin(\ 45^\circ\ -\ 30^\circ\ )$

$=\sin 45^\circ\cos 30^\circ-\cos 45^\circ\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

◀ $15^\circ=60^\circ-45^\circ$ として求めることもできる。

(3) $\cos 75^\circ=\cos(\ 45^\circ\ +\ 30^\circ\ )$

$=\cos 45^\circ\cos 30^\circ-\sin 45^\circ\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

◀ $\cos(\alpha+\beta)$
$=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
符号に注意する。

問1 加法定理を用いて，次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\sin 105^\circ$

$=\sin(60^\circ+45^\circ)$

$=\sin 60^\circ\cos 45^\circ+\cos 60^\circ\sin 45^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(2) $\cos 15^\circ$

$=\cos(45^\circ-30^\circ)$

$=\cos 45^\circ\cos 30^\circ+\sin 45^\circ\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(3) $\cos 105^\circ$

$=\cos(60^\circ+45^\circ)$

$=\cos 60^\circ\cos 45^\circ-\sin 60^\circ\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

例2 加法定理を用いて，$\sin(\theta+180°)=-\sin\theta$ であることを確かめよう。

$$\begin{aligned}\sin(\theta+180°)&=\sin\theta\cos180°+\cos\theta\sin180°\\&=\sin\theta\times(-1)+\cos\theta\times0\\&=-\sin\theta\end{aligned}$$

問2 加法定理を用いて，$\cos(\theta+180°)=-\cos\theta$ であることを確かめなさい。

$$\begin{aligned}&\cos(\theta+180°)\\&=\cos\theta\cos180°-\sin\theta\sin180°\\&=\cos\theta\times(-1)-\sin\theta\times0\\&=-\cos\theta\end{aligned}$$

2 加法定理の応用

（教科書 p.94）

2 倍角の公式

２倍角の公式

$$\begin{aligned}\sin2\alpha&=2\sin\alpha\cos\alpha\\\cos2\alpha&=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\&=1-2\sin^2\alpha\\&=2\cos^2\alpha-1\end{aligned}$$

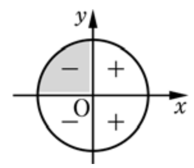
例題 1 α が第 2 象限の角で，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$ のとき，$\sin2\alpha$，$\cos2\alpha$ の値を求めなさい。

解 $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

◀ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ より $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$

α が第 2 象限の角であるから　$\cos\alpha<0$

◀ $\cos\alpha$ の符号



よって　$\cos\alpha=-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$

したがって

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{24}{25}$$

$$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2=-\frac{7}{25}$$

問3 α が第１象限の角で，$\cos\alpha = \frac{3}{5}$ のとき，$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$ の値を求めなさい。

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

α が第１象限の角であるから　$\sin\alpha > 0$

よって　$\sin\alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

したがって

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5} = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\times\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{25}$$

〔別解〕

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = -\frac{7}{25}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2 = -\frac{7}{25}$$

$a\sin\theta + b\cos\theta$ の変形

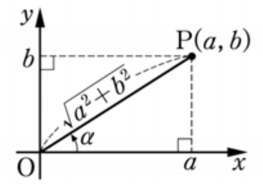
（教科書 p.95）

一般に，次のことが成り立つ。

三角関数の合成

$$\boldsymbol{a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)}$$

ただし　$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，　$\sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$



例3 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{1^2+1^2}\sin(\theta+\alpha) = \sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)$

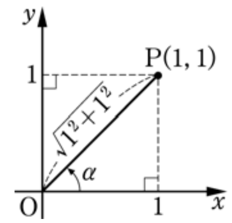
ただし，α は

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$　，$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

を満たす角である。

したがって，α =（　45°　）となるから

$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin(\theta + 45°)$



問4 次の式を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形しなさい。

$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$

$$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}\sin(\theta+\alpha) = 2\sin(\theta+\alpha)$$

ただし，α は

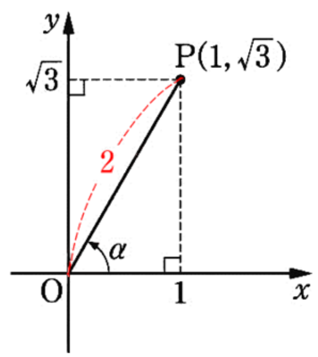
$\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

を満たす角である。

したがって，$\alpha = 60°$となるから

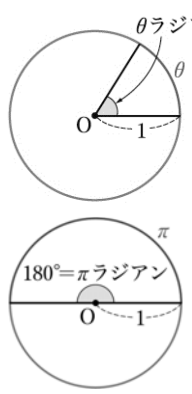
$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2\sin(\theta + 60°)$



3 弧度法

これまでの角の表し方とは別に，（① 弧度法 ）という角の表し方がある。
弧度法では，半径１の円で，長さ θ の弧に対する中心角の大きさを（② θ ラジアン ）と表す。
半径１の半円の弧の長さは π であるから，その中心角は π ラジアンである。

θ ラジアン（教科書 p.96）

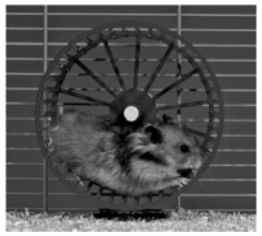


したがって，次の式が成り立つ。

弧度法
180° ＝ π ラジアン

◀ $1° = \dfrac{\pi}{180}$ ラジアン

1ラジアン $= \dfrac{180°}{\pi} \fallingdotseq 57.3°$



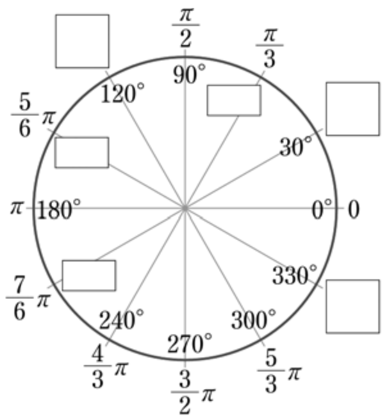
例4 (1) $90° = \dfrac{1}{2} \times$（ $180°$ ）

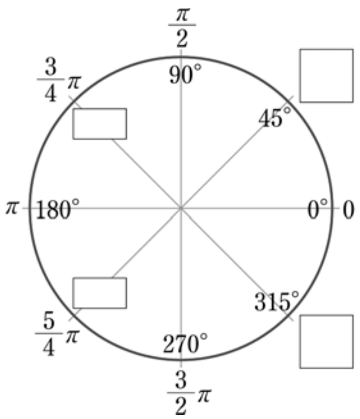
$= \dfrac{1}{2} \times$（ π ）ラジアン $= \dfrac{\pi}{2}$ ラジアン

(2) $\dfrac{\pi}{6}$ ラジアン $= \dfrac{1}{6} \times$（ π ）ラジアン

$= \dfrac{1}{6} \times$（ $180°$ ）$= 30°$

問5 次の図の □ にあてはまる角度を入れなさい。





◀ $360° = 2\pi$

$30° = \dfrac{30}{180} \times 180° = \dfrac{1}{6} \times \pi = \dfrac{\pi}{6}$

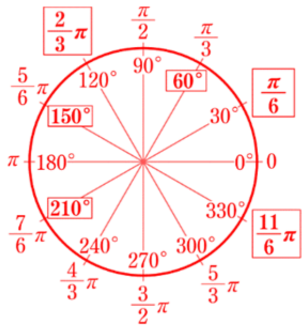
$120° = \dfrac{120}{180} \times 180° = \dfrac{2}{3} \times \pi = \dfrac{2}{3}\pi$

$330° = \dfrac{330}{180} \times 180° = \dfrac{11}{6} \times \pi = \dfrac{11}{6}\pi$

$\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{3} \times \pi = \dfrac{1}{3} \times 180° = 60°$

$\dfrac{5}{6}\pi = \dfrac{5}{6} \times \pi = \dfrac{5}{6} \times 180° = 150°$

$\dfrac{7}{6}\pi = \dfrac{7}{6} \times \pi = \dfrac{7}{6} \times 180° = 210°$

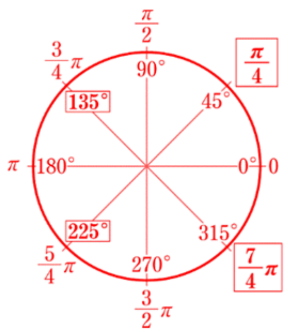


$45° = \dfrac{45}{180} \times 180° = \dfrac{1}{4} \times \pi = \dfrac{\pi}{4}$

$315° = \dfrac{315}{180} \times 180° = \dfrac{7}{4} \times \pi = \dfrac{7}{4}\pi$

$\dfrac{3}{4}\pi = \dfrac{3}{4} \times \pi = \dfrac{3}{4} \times 180° = 135°$

$\dfrac{5}{4}\pi = \dfrac{5}{4} \times \pi = \dfrac{5}{4} \times 180° = 225°$



例5 (1) $\sin\frac{7}{6}\pi = \sin 210°$

$= \sin(30° + 180°)$

$= -\sin 30°$ ◀ $\sin(\theta + 180°) = -\sin\theta$

$= -\frac{1}{2}$

(2) $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos(-60°)$ ◀ $\cos(-\theta) = \cos\theta$

$= \cos 60°$

$= \frac{1}{2}$

問6 次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\cos\frac{7}{4}\pi$

$= \cos 315°$
$= \cos(135° + 180°)$
$= -\cos 135°$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

〔別解〕

$\cos\frac{7}{4}\pi = \cos 315°$

$= \cos(-45°)$

$= \cos 45°$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\sin\left(-\frac{4}{3}\pi\right)$

$= \sin(-240°)$
$= -\sin 240°$
$= -\sin(60° + 180°)$
$= \sin 60°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

弧度法によるおうぎ形の弧の長さと面積

（教科書 p.97）

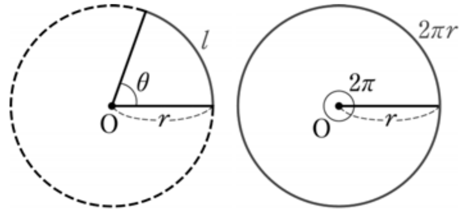
半径 r，中心角 θ のおうぎ形の弧の長さを l，面積を S とする。θ が弧度法で表されているとき，これらの間に成り立つ関係について調べてみよう。

弧の長さの比と（③ 中心角 ）の比は等しいから

$l : 2\pi r = \theta : 2\pi$

よって　$2\pi l = 2\pi r\theta$

したがって　$\boldsymbol{l} =$ （④ $r\theta$ ）

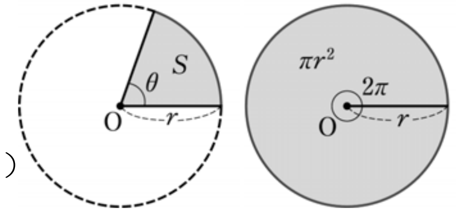


面積の比と（⑤ 中心角 ）の比は等しいから

$S : \pi r^2 = \theta : 2\pi$

よって　$2\pi S = \pi r^2\theta$

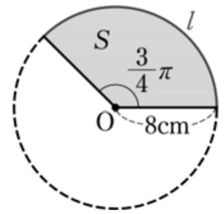
したがって　$\boldsymbol{S} =$ （⑥ $\frac{1}{2}r^2\theta$ ）$=$ （⑦ $\frac{1}{2}lr$ ）



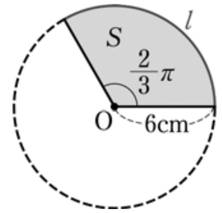
例6 半径 8cm，中心角 $\frac{3}{4}\pi$ のおうぎ形の

弧の長さ l は　$l = 8 \times \frac{3}{4}\pi = 6\pi$ (cm)

面積 S は　$S = \frac{1}{2} \times 8^2 \times \frac{3}{4}\pi = 24\pi$ (cm^2)



問7 半径 6cm，中心角 $\frac{2}{3}\pi$ のおうぎ形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。



弧の長さ　$l = 6 \times \frac{2}{3}\pi = 4\pi$ (cm)

面積　$S = \frac{1}{2} \times 6^2 \times \frac{2}{3}\pi = 12\pi$ (cm^2)

復 習 問 題

（教科書 p.98）

1 加法定理を用いて，次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\sin 165°$

$= \sin(120° + 45°)$

$= \sin 120° \cos 45° + \cos 120° \sin 45°$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \left(-\dfrac{1}{2}\right) \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(2) $\cos 165°$

$= \cos(120° + 45°)$

$= \cos 120° \cos 45° - \sin 120° \sin 45°$

$= \left(-\dfrac{1}{2}\right) \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \dfrac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

2 α が第 2 象限の角で，$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき，$\sin 2\alpha$，$\cos 2\alpha$ の値を求めなさい。

$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \dfrac{4}{5}$

α が第 2 象限の角であるから　$\sin\alpha > 0$

よって　$\sin\alpha = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

したがって

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$= 2 \times \dfrac{2}{\sqrt{5}} \times \left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$= -\dfrac{4}{5}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$= 2 \times \left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 - 1$

$= -\dfrac{3}{5}$

〔別解〕

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$= \left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$

$= -\dfrac{3}{5}$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$= 1 - 2 \times \left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$

$= -\dfrac{3}{5}$

3 次の式を $r\,sin(\theta+\alpha)$ の形に変形しなさい。

(1) $\sqrt{3}\sin\theta+3\cos\theta$

$$\sqrt{3}\sin\theta+3\cos\theta$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+3^2}\sin(\theta+\alpha)$$
$$=\sqrt{12}\sin(\theta+\alpha)$$
$$=2\sqrt{3}\sin(\theta+\alpha)$$

ただし，α は

$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1}{2}$$
$$\sin\alpha=\frac{3}{2\sqrt{3}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

を満たす角である。

したがって，$\alpha=60°$ となるから

$$\sqrt{3}\sin\theta+3\cos\theta=2\sqrt{3}\sin(\theta+60°)$$

(2) $-\sin\theta+\cos\theta$

$$-\sin\theta+\cos\theta$$
$$=\sqrt{(-1)^2+1^2}\sin(\theta+\alpha)$$
$$=\sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)$$

ただし，α は

$$\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

を満たす角である。

したがって，$\alpha=135°$ となるから

$$-\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin(\theta+135°)$$

4 次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\cos\frac{2}{3}\pi$

$$=\cos 120°$$
$$=-\frac{1}{2}$$

(2) $\sin\frac{5}{4}\pi$

$$=\sin 225°$$
$$=\sin(45°+180°)$$
$$=-\sin 45°$$
$$=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

(3) $\sin\frac{11}{6}\pi$

$$=\sin 330°$$
$$=\sin(-30°)$$
$$=-\sin 30°$$
$$=-\frac{1}{2}$$

〔別解〕

$$\sin\frac{11}{6}\pi=\sin 330°$$
$$=\sin(150°+180°)$$
$$=-\sin 150°$$
$$=-\frac{1}{2}$$

(4) $\cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)$

$$=\cos(-150°)$$
$$=\cos 150°$$
$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

5 半径 4cm，中心角 $\frac{7}{4}\pi$ のおうぎ形の弧の長さ l と面積 S を求めなさい。

弧の長さ　$l = 4 \times \frac{7}{4}\pi = 7\pi$ (cm)

面積　$S = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \frac{7}{4}\pi = 14\pi$ (cm^2)