1節 三角関数

1 一般角

（教科書 p.78）

平面上で，点 O を中心として半直線 OP が回転するとき

　この半直線 OP を（[①]　　　　　）

　その回転のはじめの位置を示す半直線 OX を（[②]　　　　　）

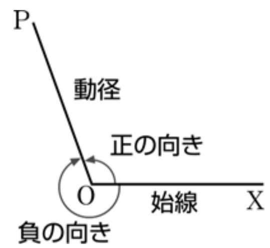
という。

回転には 2 つの向きがあり

　時計の針の回転と逆の向きを（[③]　　　　　）

　時計の針の回転と同じ向きを（[④]　　　　　）

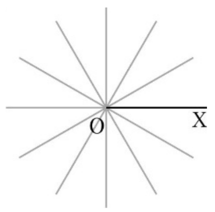
とする。角を回転の量としてとらえると，360° よりも大きい角や，−60° などの負の角も考えることができる。このように，拡張して考えた角を（[⑤]　　　　　）という。

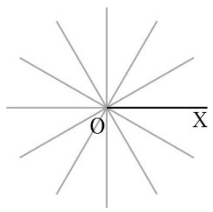


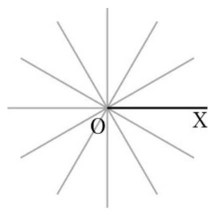
例1　(1)　60°　　　(2)　450°　　　(3)　−240°

問1　例 1 にならって，次の角の動径 OP を図示しなさい。

(1)　150°　　　(2)　420°　　　(3)　−480°







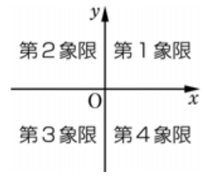
動径の表す一般角

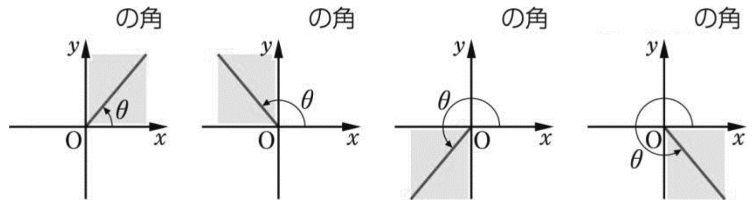
（教科書 p.79）

一般に，次のことがいえる。

動径の表す一般角
角 α の動径の表す一般角は $\boldsymbol{\alpha + 360^\circ \times n}$　　（nは整数）

一般角 θ の動径が第 1 象限にあるとき，θ を（[⑥]　　　　　）という。ほかの象限についても同様である。





◀動径が座標軸上となる 0°，90°，180°，270° などの角は，どの象限にも含まれない。

例2　(1)　220° は（　　　　　）の角である。

(2)　−200° は（　　　　　）の角である。

問2　次の角は，第何象限の角であるか答えなさい。

(1)　380°

(2)　−750°

2 三角関数

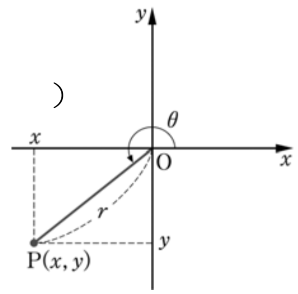
（教科書 p.80）

右の図のように，座標平面上で x 軸の正の部分を始線とし，一般角 θ の動径上に $\mathrm{OP}=r$ となる点 P をとり，その座標を $(x,\ y)$ とするとき

$\sin\theta=$ (⑦　　　　), $\cos\theta=$ (⑧　　　　), $\tan\theta=$ (⑨　　　　)

と定める。これらの値は，長さ r に関係なく， θ の大きさによって定まるから θ の関数である。

$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ を θ の（⑩　　　　　　）という。



◀ $\tan\theta$ は，$x=0$ となるような θ に対しては定義されない。

三角関数の定義
$\sin\boldsymbol{\theta}=\frac{y}{r}$, $\cos\boldsymbol{\theta}=\frac{x}{r}$, $\tan\boldsymbol{\theta}=\frac{y}{x}$

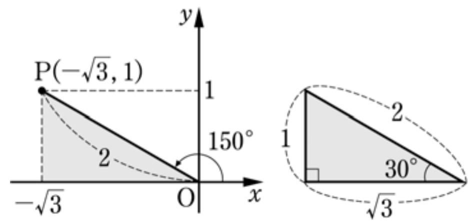
（教科書 p.81）

例3 (1)　150° の動径上に $\mathrm{OP}=2$ となる点 P をとると，
$\mathrm{P}(-\sqrt{3},\ 1)$ であるから

$\sin 150^\circ=$

$\cos 150^\circ=$

$\tan 150^\circ=$

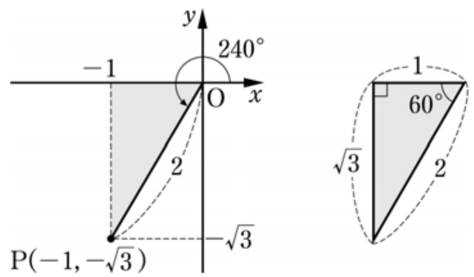


(2)　240° の動径上に $\mathrm{OP}=2$ となる点 P をとると，
$\mathrm{P}(-1,-\sqrt{3})$ であるから

$\sin 240^\circ=$

$\cos 240^\circ=$

$\tan 240^\circ=$

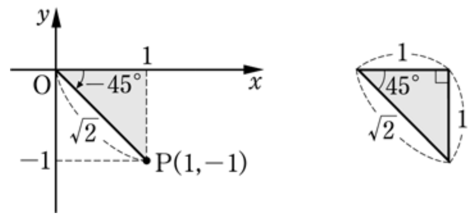


(3)　-45° の動径上に $\mathrm{OP}=\sqrt{2}$ となる点 P をとると，$\mathrm{P}(1,\ -1)$ であるから

$\sin(-45^\circ)$

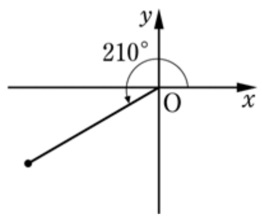
$\cos(-45^\circ)$

$\tan(-45^\circ)$



問3 θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

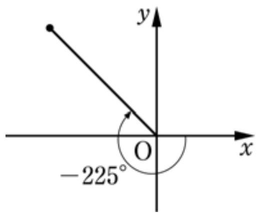
(1)　210°



◀

象限	1	2	3	4
$\sin\theta$	＋	＋	−	−
$\cos\theta$	＋	−	−	＋
$\tan\theta$	＋	−	＋	−

(2) $-225°$



3 三角関数の相互関係

（教科書 p.82）

原点を中心とする半径 1 の円を（⑪　　　　　）という。

角 θ の動径と単位円との交点を $P(x,\ y)$ とすると，

三角関数の定義により

$\sin\theta = \frac{y}{r} =$（⑫　　　　　）

$\cos\theta = \frac{x}{r} =$（⑬　　　　　）

よって　$\boldsymbol{x} =$（⑭　　　　　），$\boldsymbol{y} =$（⑮　　　　　）

このとき，点 P の座標 $(x,\ y)$ は，$(\cos\theta,\ \sin\theta)$ である。

このことを用いて，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の間に

成り立つ関係について考えてみよう。

$\tan\theta = \frac{y}{x}$ より

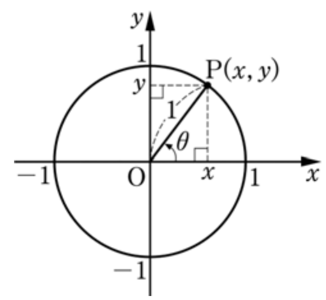
$\tan\theta =$（⑯　　　　　）

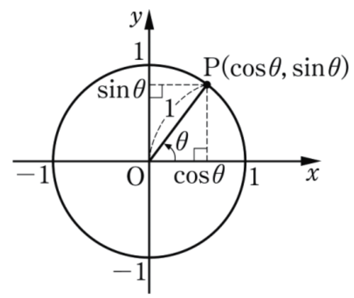
さらに，点 P が単位円の周上にあることから

$x^2 + y^2 =$（⑰　　　1　）

$(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2 =$（⑱　　　1　）

よって　$\sin^2\theta + \cos^2\theta =$（⑲　　　1　）





◀原点を中心とする半径 1 の円の方程式は $x^2+y^2=1$

◀$(\sin\theta)^2$ は $\sin^2\theta$，$(\cos\theta)^2$ は $\cos^2\theta$ と書く。

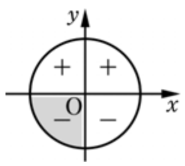
このように，一般角の三角関数についても，数学Ⅰで学んだ三角比と同様に，次の公式が成り立つ。

三角関数の相互関係
［1］　$\tan\boldsymbol{\theta} = \frac{\sin\boldsymbol{\theta}}{\cos\boldsymbol{\theta}}$　　［2］　$\sin^2\boldsymbol{\theta} + \cos^2\boldsymbol{\theta} = \mathbf{1}$

例題 1 θ が第 3 象限の角で，$\cos\theta = -\frac{3}{5}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

解

◀ $\sin\theta$ の符号



◀ 1 つの三角関数の値から
ほかの 2 つの三角関数の
値を求めることができる。

問4 次の問に答えなさい。

（1） θ が第 4 象限の角で，$\cos\theta = \frac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

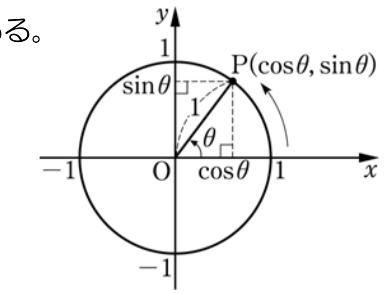
⑵ θ が第 3 象限の角で，$\sin\theta = -\frac{5}{13}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

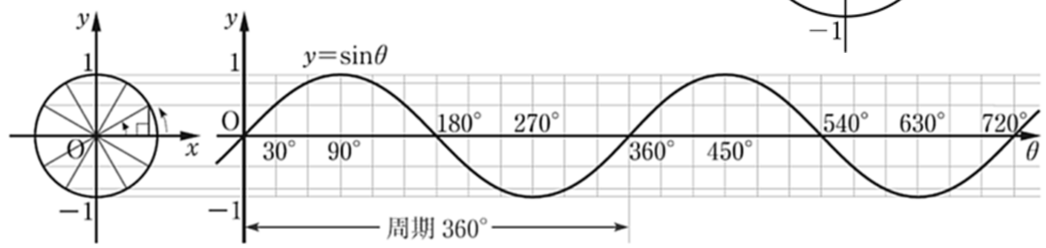
4 三角関数のグラフ

（教科書 p.84）

$y = \sin\theta$ のグラフ

$y = \sin\theta$ のグラフは，次のようになり，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ である。





$y = \sin\theta$ のグラフは，360° ごとに同じ形をくり返している。
このことを，$y = \sin\theta$ は 360° を（⑳　　　　　　）とする（㉑　　　　　　　）であるという。

（教科書 p.85）

$y = \tan\theta$ のグラフ

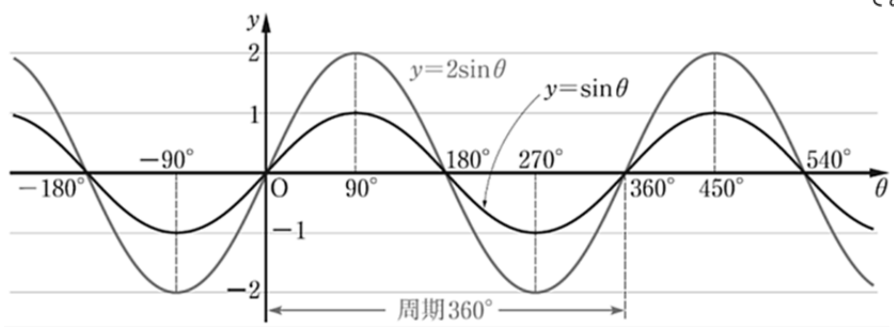
$y = \tan\theta$ のグラフは y 軸方向にどこまでものびる曲線で，θ の値が 90° に近づくと，直線 $\theta = 90°$ に限りなく近づいていく。このとき，直線 $\theta = 90°$ をグラフの（㉒　　　　　　）という。

（教科書 p.86）

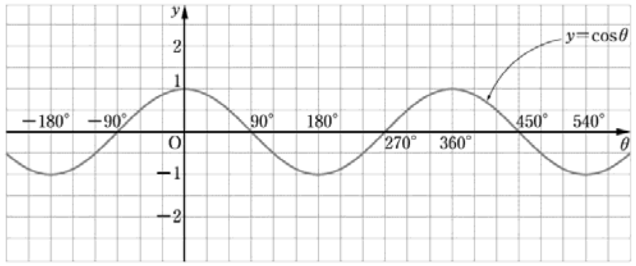
いろいろな三角関数のグラフ(1)

例4 $y = 2\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを
（　　　　）軸方向に（　　　　）倍したものである。
周期は $y = \sin\theta$ の周期と同じ（　　　　　）である。

◀ $y = n\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを y 軸方向に n 倍したものである。

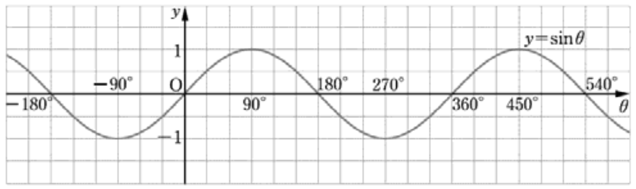


問5 $y=2\cos\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。



問6 $y=\frac{1}{2}\sin\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。

◀ $y=\sin\theta$ のグラフを y 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍する。



（教科書 p.87）

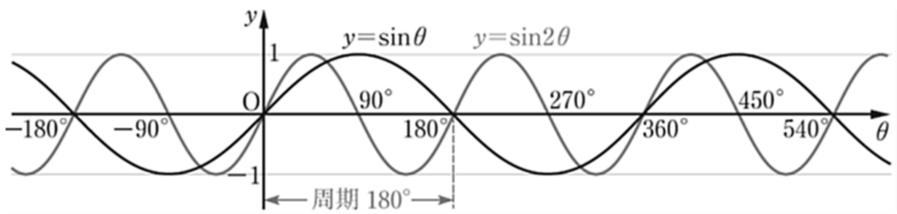
いろいろな三角関数のグラフ(2)

例5 $y=\sin 2\theta$ のグラフをかいてみよう。

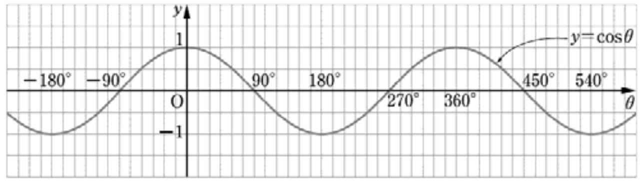
θ	$0°$	$15°$	$30°$	$45°$	$60°$	$75°$	$90°$	$\cdots$	$150°$	$\cdots$	$180°$	$\cdots$
2θ	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$	$\cdots$	$300°$	$\cdots$	$360°$	$\cdots$
$\sin 2\theta$								$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$

上の表から，$y=\sin 2\theta$ のグラフは下の図のようになり，
これは，$y=\sin\theta$ のグラフを（　　　　　）軸方向に
（　　　　　）倍したものである。周期は $y=\sin\theta$ の周期 $360°$ の
（　　　　　）倍で，（　　　　　　　）である。

◀ $y=\sin n\theta$ のグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{1}{n}$ 倍したもので，周期は $\frac{360°}{n}$ である。

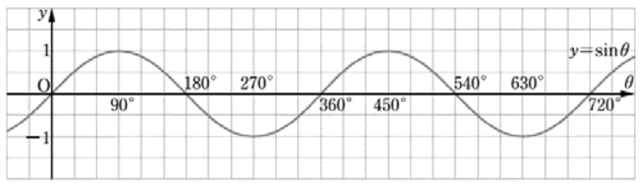


問7 $y=\cos 2\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。



問8 $y=\sin\frac{\theta}{2}$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。

◀ $y=\sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に 2 倍する。



5 三角関数の性質

（教科書 p.88）

$\theta + 360^\circ \times n$ の三角関数

角 $\theta + 360^\circ \times n$ の動径と角 θ の動径は一致する。

よって，次の公式が成り立つ。ただし，n は整数である。

$\theta + 360^\circ \times n$ の三角関数
$\boldsymbol{\sin(\theta + 360^\circ \times n) = \sin\theta}$ $\boldsymbol{\cos(\theta + 360^\circ \times n) = \cos\theta}$　$\boldsymbol{\tan(\theta + 360^\circ \times n) = \tan\theta}$

例6 (1)　$\sin 390^\circ = \sin(\qquad + 360^\circ \times \qquad) =$

(2)　$\cos 765^\circ = \cos(\qquad + 360^\circ \times \qquad) =$

問9 次の三角関数の値を求めなさい。

(1)　$\sin 405^\circ$

(2)　$\cos 750^\circ$

(3)　$\tan 420^\circ$

$-\theta$ の三角関数

$-\theta$ の三角関数
$\boldsymbol{\sin(-\theta) = -\sin\theta}$ $\boldsymbol{\cos(-\theta) = \cos\theta}$　$\boldsymbol{\tan(-\theta) = -\tan\theta}$

（教科書 p.89）

例7 (1)　$\sin(-45^\circ) =$

(2)　$\cos(-60^\circ) =$

問10 次の三角関数の値を求めなさい。

(1)　$\sin(-60^\circ)$

(2)　$\cos(-30^\circ)$

(3)　$\tan(-45^\circ)$

$\theta + 180^\circ$ の三角関数

$\boldsymbol{\theta + 180^\circ}$ の三角関数
$\boldsymbol{\sin(\theta + 180^\circ) = -\sin\theta}$ $\boldsymbol{\cos(\theta + 180^\circ) = -\cos\theta}$　$\boldsymbol{\tan(\theta + 180^\circ) = \tan\theta}$

例8 (1)　$\sin 210^\circ = \sin(\qquad + 180^\circ) =$

(2)　$\cos 240^\circ = \cos(\qquad + 180^\circ) =$

問11 次の三角関数の値を求めなさい。

(1)　$\sin 240^\circ$

⑵ $\cos 225°$

⑶ $\tan 210°$

チャレンジ　三角関数を含む方程式　（教科書 p.90）

例題 1　$0° \leqq \theta < 360°$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めなさい。

(1)　$\sin\theta = \frac{1}{2}$　　　(2)　$\cos\theta = -\frac{1}{2}$

解

問1　$0° \leqq \theta < 360°$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めなさい。

(1)　$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

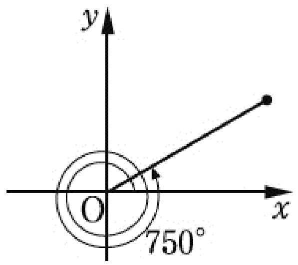
(2)　$\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

復 習 問 題

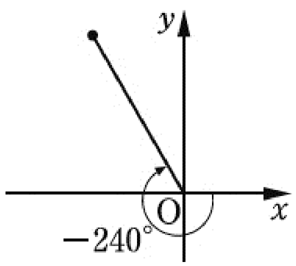
（教科書 p.91）

1 θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

(1) $750°$



(2) $-240°$

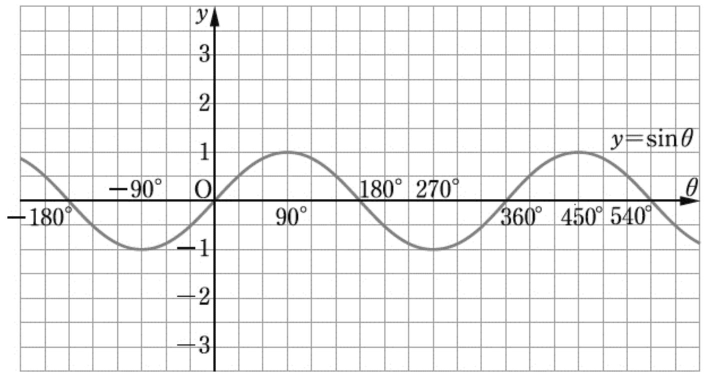


2 次の問に答えなさい。

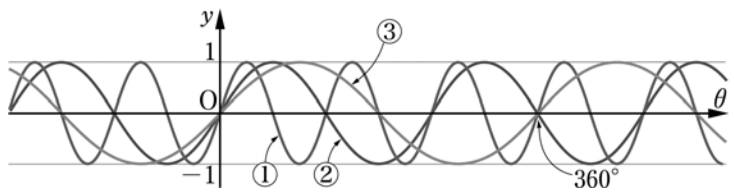
(1) θ が第 4 象限の角で，$\sin\theta = -\frac{4}{5}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

⑵　θ が第 3 象限の角で，$\cos\theta = -\frac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

3　$y = 3\sin\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。



4　$y = \sin3\theta$ のグラフは下の図の①，②，③のどれか答えなさい。



1節 三角関数

1 一般角

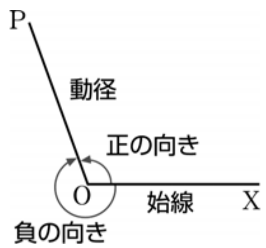
（教科書 p.78）

平面上で，点 O を中心として半直線 OP が回転するとき

　この半直線 OP を（① 　動径　 ）

　その回転のはじめの位置を示す半直線 OX を（② 　始線　 ）

という。



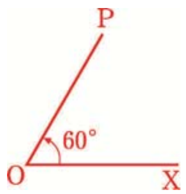
回転には 2 つの向きがあり

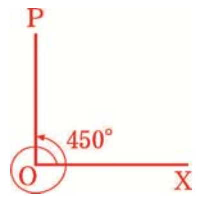
　時計の針の回転と逆の向きを（③ 　正の向き　 ）

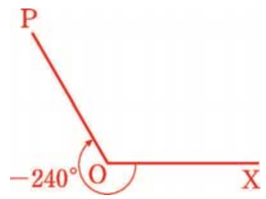
　時計の針の回転と同じ向きを（④ 　負の向き　 ）

とする。角を回転の量としてとらえると，360° よりも大きい角や，−60° などの負の角も考えることができる。このように，拡張して考えた角を（⑤ 　一般角　 ）という。

例1 （1） 60°　　（2） 450°　　（3） −240°

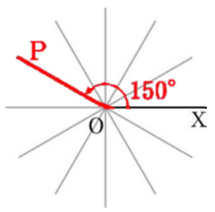


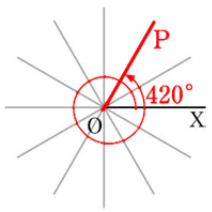


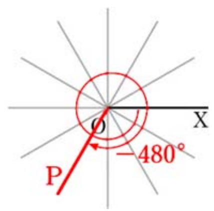


問1 例 1 にならって，次の角の動径 OP を図示しなさい。

（1） 150°　　（2） 420°　　（3） −480°







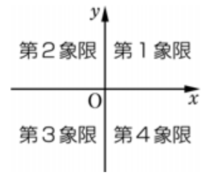
動径の表す一般角

（教科書 p.79）

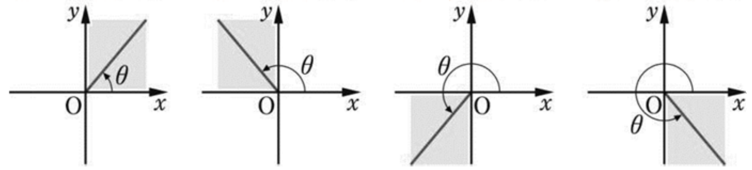
一般に，次のことがいえる。

動径の表す一般角
角 α の動径の表す一般角は $\alpha + 360° \times n$ 　（nは整数）

一般角 θ の動径が第 1 象限にあるとき，θ を（⑥ 　第 1 象限の角　 ）という。ほかの象限についても同様である。

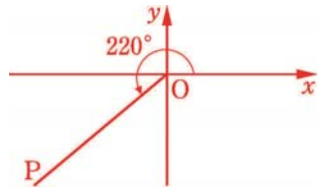


第１象限の角　第２象限の角　第３象限の角　第４象限の角

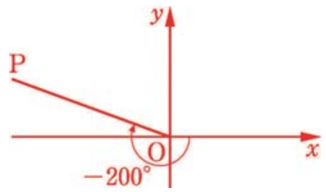


◀動径が座標軸上となる 0°，90°，180°，270° などの角は，どの象限にも含まれない。

例2 （1） 220° は（ 　第 3 象限　 ）の角である。



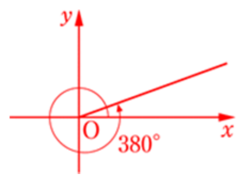
（2） −200° は（ 　第 2 象限　 ）の角である。



問2 次の角は，第何象限の角であるか答えなさい。

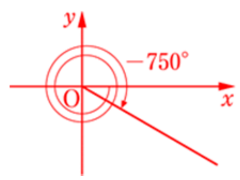
（1） 380°

380° は第 1 象限の角である。



（2） −750°

−750° は第 4 象限の角である。



2 三角関数

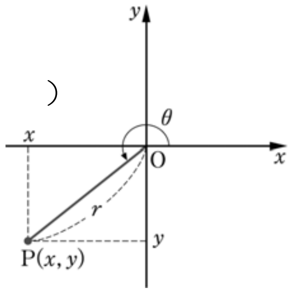
（教科書 p.80）

右の図のように，座標平面上で x 軸の正の部分を始線とし，一般角 θ の動径上に $\mathrm{OP}=r$ となる点 P をとり，その座標を $(x,\ y)$ とするとき

$\sin\theta=$（⑦ $\frac{y}{r}$ ），$\cos\theta=$（⑧ $\frac{x}{r}$ ），$\tan\theta=$（⑨ $\frac{y}{x}$ ）

と定める。これらの値は，長さ r に関係なく，θ の大きさによって定まるから θ の関数である。

$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ を θ の（⑩ 三角関数 ）という。



◀ $\tan\theta$ は，$x=0$ となるような θ に対しては定義されない。

三角関数の定義
$\sin\theta=\frac{y}{r}$，　$\cos\theta=\frac{x}{r}$，　$\tan\theta=\frac{y}{x}$

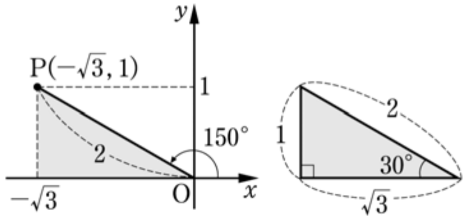
（教科書 p.81）

例3 (1)　150° の動径上に $\mathrm{OP}=2$ となる点 P をとると，$\mathrm{P}(-\sqrt{3},\ 1)$ であるから

$$\sin 150^\circ=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}$$

$$\cos 150^\circ=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 150^\circ=\frac{y}{x}=\frac{1}{-\sqrt{3}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

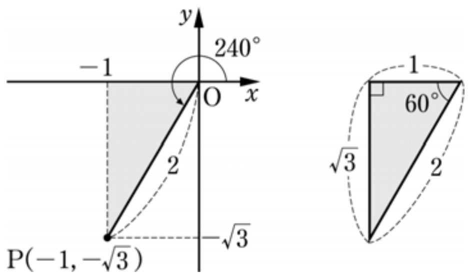


(2)　240° の動径上に $\mathrm{OP}=2$ となる点 P をとると，$\mathrm{P}(-1,-\sqrt{3})$ であるから

$$\sin 240^\circ=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 240^\circ=\frac{x}{r}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$\tan 240^\circ=\frac{y}{x}=\frac{-\sqrt{3}}{-1}=\sqrt{3}$$

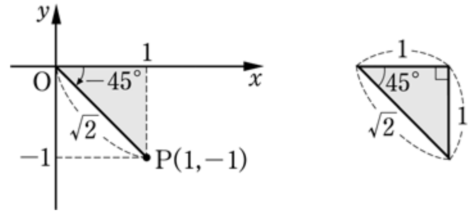


(3)　−45° の動径上に $\mathrm{OP}=\sqrt{2}$ となる点 P をとると，$\mathrm{P}(1,\ -1)$ であるから

$$\sin(-45^\circ)=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(-45^\circ)=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan(-45^\circ)=\frac{y}{x}=\frac{-1}{1}=-1$$

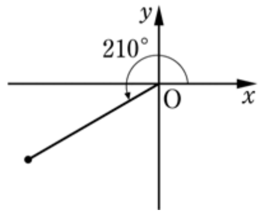


問3 θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

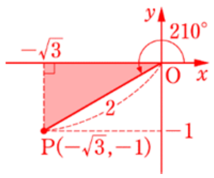
◀

象限	1	2	3	4
$\sin\theta$	+	+	−	−
$\cos\theta$	+	−	−	+
$\tan\theta$	+	−	+	−

(1)　210°



210° の動径上に $\mathrm{OP}=2$ となる点 P をとると，$\mathrm{P}(-\sqrt{3},\ -1)$ であるから

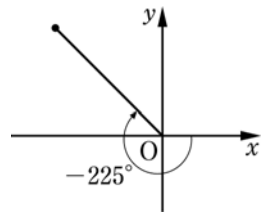


$$\sin 210^\circ=\frac{y}{r}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$$

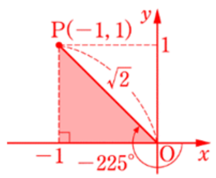
$$\cos 210^\circ=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 210^\circ=\frac{y}{x}=\frac{-1}{-\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

(2) $-225°$



$-225°$ の動径上に $OP=\sqrt{2}$ となる点 P をとると，$P(-1,\ 1)$ であるから



$$\sin(-225°)=\frac{y}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(-225°)=\frac{x}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan(-225°)=\frac{y}{x}=\frac{1}{-1}=-1$$

3 三角関数の相互関係

（教科書 p.82）

原点を中心とする半径 1 の円を（⑪ 単位円 ）という。

角 θ の動径と単位円との交点を $P(x,\ y)$ とすると，

三角関数の定義により

$\sin\theta=\frac{y}{r}=$（⑫ $\frac{y}{1}=y$ ）

$\cos\theta=\frac{x}{r}=$（⑬ $\frac{x}{1}=x$ ）

よって　$x=$（⑭ $\cos\theta$ ），$y=$（⑮ $\sin\theta$ ）

このとき，点 P の座標 $(x,\ y)$ は，$(\cos\theta,\ \sin\theta)$ である。

このことを用いて，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の間に

成り立つ関係について考えてみよう。

$\tan\theta=\frac{y}{x}$ より

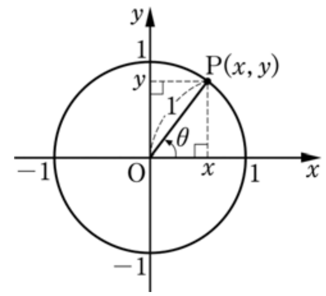
$\tan\theta=$（⑯ $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ）

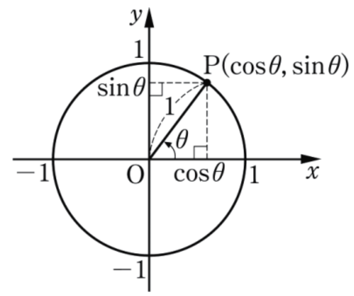
さらに，点 P が単位円の周上にあることから

$x^2+y^2=$（⑰ 1 ）

$(\cos\theta)^2+(\sin\theta)^2=$（⑱ 1 ）

よって　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=$（⑲ 1 ）





◀原点を中心とする半径 1 の円の方程式は $x^2+y^2=1$

◀$(\sin\theta)^2$ は $\sin^2\theta$，$(\cos\theta)^2$ は $\cos^2\theta$ と書く。

このように，一般角の三角関数についても，数学 I で学んだ三角比と同様に，次の公式が成り立つ。

三角関数の相互関係
［1］ $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　［2］ $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

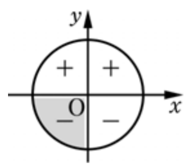
例題 1 θ が第 3 象限の角で，$\cos\theta = -\frac{3}{5}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

解 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$
$$= 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2$$
$$= \frac{16}{25}$$

θ が第 3 象限の角であるから　$\sin\theta < 0$

◀ $\sin\theta$ の符号



したがって

$$\sin\theta = -\sqrt{\frac{16}{25}}$$
$$= -\frac{4}{5}$$
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$= \left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$$
$$= \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right)$$
$$= \frac{4}{3}$$

◀ 1 つの三角関数の値から ほかの 2 つの三角関数の 値を求めることができる。

問4 次の問に答えなさい。

(1)　θ が第 4 象限の角で，$\cos\theta = \frac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$
$$= 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$$
$$= 1 - \frac{1}{9}$$
$$= \frac{8}{9}$$

θ が第 4 象限の角であるから　$\sin\theta < 0$

したがって

$$\sin\theta = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$= \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \div \frac{1}{3}$$
$$= \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \times \frac{3}{1}$$
$$= -2\sqrt{2}$$

(2) θ が第 3 象限の角で，$\sin\theta = -\frac{5}{13}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$
$$= 1 - \left(-\frac{5}{13}\right)^2$$
$$= 1 - \frac{25}{169}$$
$$= \frac{144}{169}$$

θ が第 3 象限の角であるから　$\cos\theta < 0$

したがって

$$\cos\theta = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}$$

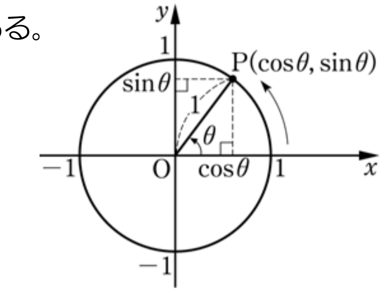
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$= \left(-\frac{5}{13}\right) \div \left(-\frac{12}{13}\right)$$
$$= \left(-\frac{5}{13}\right) \times \left(-\frac{13}{12}\right)$$
$$= \frac{5}{12}$$

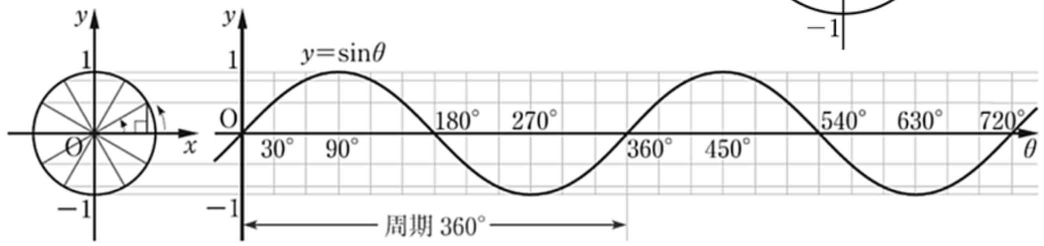
4 三角関数のグラフ

（教科書 p.84）

$y = \sin\theta$ のグラフ

$y = \sin\theta$ のグラフは，次のようになり，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ である。





$y = \sin\theta$ のグラフは，360° ごとに同じ形をくり返している。

このことを，$y = \sin\theta$ は 360° を（[20]　周期　）とする（[21]　周期関数　）であるという。

（教科書 p.85）

$y = \tan\theta$ のグラフ

$y = \tan\theta$ のグラフは y 軸方向にどこまでものびる曲線で，θ の値が 90° に近づくと，直線 $\theta = 90°$ に限りなく近づいていく。このとき，直線 $\theta = 90°$ をグラフの（[22]　漸近線　）という。

（教科書 p.86）

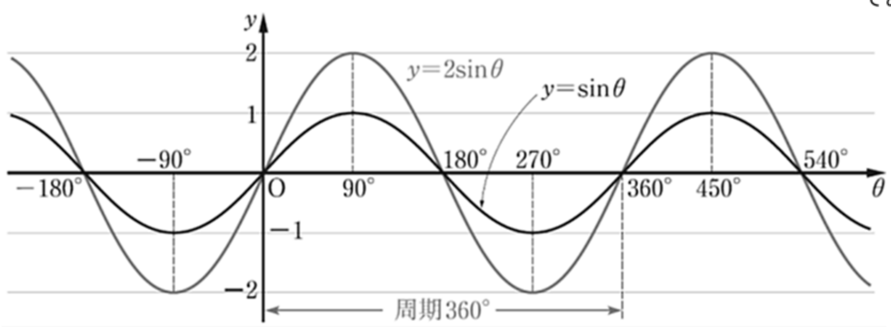
いろいろな三角関数のグラフ(1)

例4 $y = 2\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを

（　y　）軸方向に（　2　）倍したものである。

周期は $y = \sin\theta$ の周期と同じ（　360°　）である。

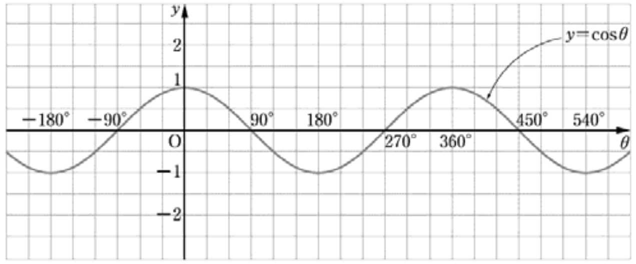
◀ $y = n\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを y 軸方向に n 倍したものである。

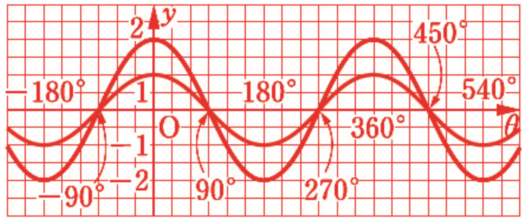


問5 $y = 2\cos\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。

$y = 2\cos\theta$ のグラフは，$y = \cos\theta$ のグラフを y 軸方向に 2 倍したものである。

周期は $y = \cos\theta$ の周期と同じ $360°$ である。



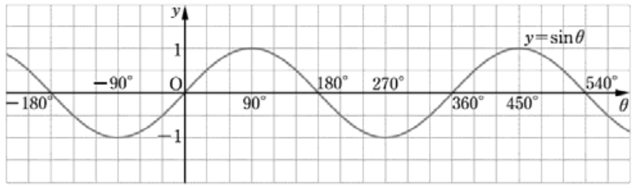


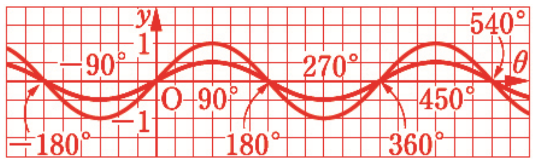
問6 $y = \frac{1}{2}\sin\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。

◀ $y = \sin\theta$ のグラフを y 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍する。

$y = \frac{1}{2}\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを y 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍したものである。

周期は $y = \sin\theta$ の周期と同じ $360°$ である。





（教科書 p.87）

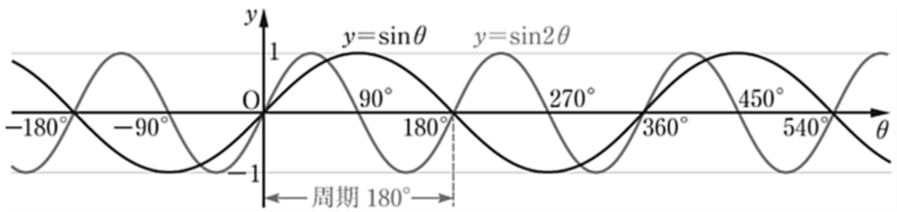
いろいろな三角関数のグラフ(2)

例5 $y = \sin 2\theta$ のグラフをかいてみよう。

θ	$0°$	$15°$	$30°$	$45°$	$60°$	$75°$	$90°$	…	$150°$	…	$180°$	…
2θ	$0°$	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$	…	$300°$	…	$360°$	…
$\sin 2\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	…	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	…	0	…

上の表から，$y = \sin 2\theta$ のグラフは下の図のようになり，これは，$y = \sin\theta$ のグラフを（ θ ）軸方向に（ $\frac{1}{2}$ ）倍したものである。周期は $y = \sin\theta$ の周期 $360°$ の（ $\frac{1}{2}$ ）倍で，（ $180°$ ）である。

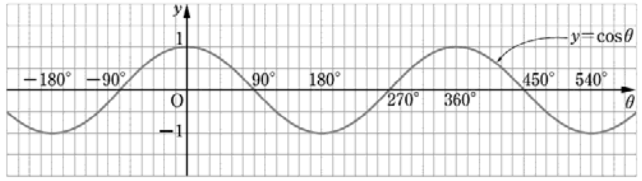
◀ $y = \sin n\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{1}{n}$ 倍したもので，周期は $\frac{360°}{n}$ である。

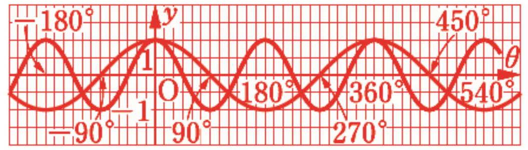


問7 $y = \cos 2\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。

$y = \cos 2\theta$ のグラフは，$y = \cos\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍したものである。

周期は $y = \cos\theta$ の周期 $360°$ の $\frac{1}{2}$ 倍で $180°$ である。



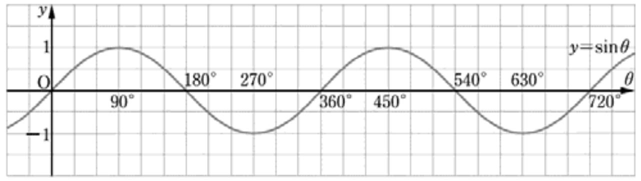


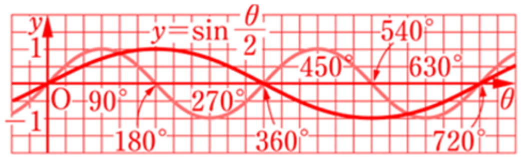
問8 $y = \sin\frac{\theta}{2}$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。

◀ $y = \sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に 2 倍する。

$y = \sin\frac{\theta}{2}$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に 2 倍したものである。

周期は $y = \sin\theta$ の周期 $360°$ の 2 倍で $720°$ である。





5 三角関数の性質

（教科書 p.88）

$\theta + 360° \times n$ の三角関数

角 $\theta + 360° \times n$ の動径と角 θ の動径は一致する。
よって，次の公式が成り立つ。ただし，n は整数である。

$\theta + 360° \times n$ の三角関数	
$\sin(\theta + 360° \times n) = \sin\theta$ $\cos(\theta + 360° \times n) = \cos\theta$	$\tan(\theta + 360° \times n) = \tan\theta$

例6 (1) $\sin 390° = \sin(\ 30°\ + 360° \times\ 1\ ) = \ \sin 30°\ = \frac{1}{2}$

(2) $\cos 765° = \cos(\ 45°\ + 360° \times\ 2\ ) = \ \cos 45°\ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

問9 次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\sin 405°$

$= \sin(45° + 360° \times 1)$

$= \sin 45°$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\cos 750°$

$= \cos(30° + 360° \times 2)$

$= \cos 30°$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan 420°$

$= \tan(60° + 360° \times 1)$

$= \tan 60°$

$= \sqrt{3}$

$-\theta$ の三角関数

$-\theta$ の三角関数	
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$ $\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

（教科書 p.89）

例7 (1) $\sin(-45°) = -\sin 45° = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\cos(-60°) = \cos 60° = \frac{1}{2}$

問 10 次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\sin(-60°)$

$= -\sin 60°$

$= -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\cos(-30°)$

$= \cos 30°$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan(-45°)$

$= -\tan 45°$

$= -1$

$\theta + 180°$ の三角関数

$\theta + 180°$ の三角関数	
$\sin(\theta + 180°) = -\sin\theta$ $\cos(\theta + 180°) = -\cos\theta$	$\tan(\theta + 180°) = \tan\theta$

例8 (1) $\sin 210° = \sin(\ 30°\ + 180°) = -\sin 30° = -\frac{1}{2}$

(2) $\cos 240° = \cos(\ 60°\ + 180°) = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$

問 11 次の三角関数の値を求めなさい。

(1) $\sin 240°$

$= \sin(60° + 180°)$

$= -\sin 60°$

$= -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

⑵ $\cos 225°$

$= \cos(45° + 180°)$

$= -\cos 45°$

$= -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

⑶ $\tan 210°$

$= \tan(30° + 180°)$

$= \tan 30°$

$= \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

チャレンジ 三角関数を含む方程式

（教科書 p.90）

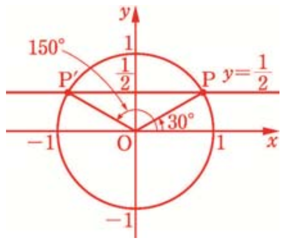
例題1 $0° \leqq \theta < 360°$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めなさい。

(1) $\sin\theta = \frac{1}{2}$　　(2) $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

解 (1) 単位円周上で，y 座標が $\frac{1}{2}$ となる点は，右の図の P，P′ の 2 点である。

動径 OP，OP′ の表す角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲では

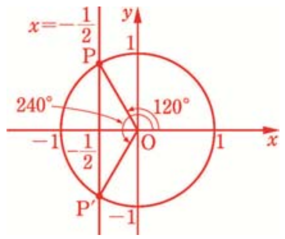
$\theta = 30°,\ 150°$



(2) 単位円周上で，x 座標が $-\frac{1}{2}$ となる点は，右の図の P，P′ の 2 点である。

動径 OP，OP′ の表す角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲では

$\theta = 120°, 240°$



問1 $0° \leqq \theta < 360°$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めなさい。

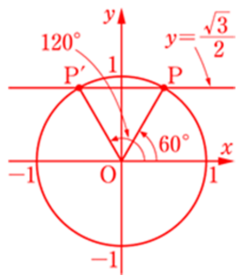
(1) $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

単位円周上で，y 座標が $\frac{\sqrt{3}}{2}$ となる点は，右の図の P，P′

の 2 点である。

動径 OP，OP′ の表す角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲では

$\theta = 60°,\ 120°$



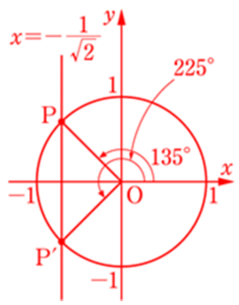
(2) $\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

単位円周上で，x 座標が $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ となる点は，右の図の P，P′

の 2 点である。

動径 OP，OP′ の表す角 θ は，$0° \leqq \theta < 360°$ の範囲では

$\theta = 135°,\ 225°$

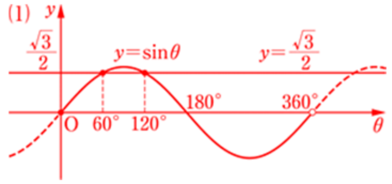


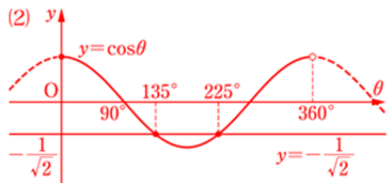
〔注意〕問 1 の解は，

(1)　関数 $y = \sin\theta$ のグラフと直線 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ が交わる θ の値

(2)　関数 $y = \cos\theta$ のグラフと直線 $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ が交わる θ の値

をそれぞれ示している。



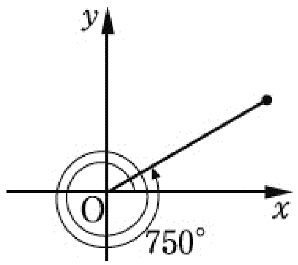


復 習 問 題

（教科書 p.91）

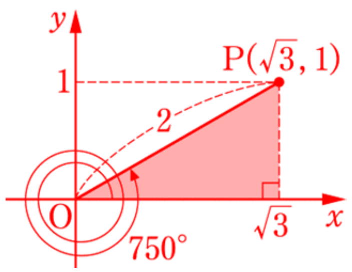
1 θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

(1) 750°



750° の動径上に $\mathrm{OP}=2$ となる点 P をとると，

$\mathrm{P}(\sqrt{3},\ 1)$であるから

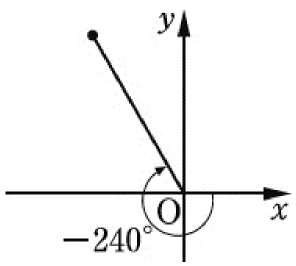


$$\sin 750^\circ=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}$$

$$\cos 750^\circ=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

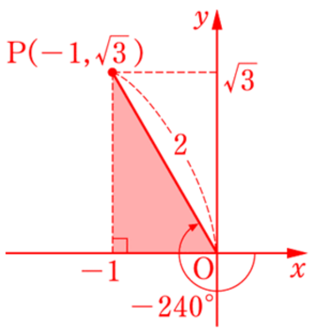
$$\tan 750^\circ=\frac{y}{x}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

(2) -240°



-240°の動径上に $\mathrm{OP}=2$ となる点 P を

とると，$\mathrm{P}(-1,\ \sqrt{3})$ であるから



$$\sin(-240^\circ)=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(-240^\circ)=\frac{x}{r}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$\tan(-240^\circ)=\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{3}}{-1}=-\sqrt{3}$$

2 次の問に答えなさい。

(1) θ が第 4 象限の角で，$\sin\theta=-\frac{4}{5}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$より

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$$

$$=1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2$$

$$=1-\frac{16}{25}$$

$$=\frac{9}{25}$$

θが第 4 象限の角であるから　　$\cos\theta>0$

したがって

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$=\frac{3}{5}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$=\left(-\frac{4}{5}\right)\div\frac{3}{5}$$

$$=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{5}{3}$$

$$=-\frac{4}{3}$$

(2) θ が第 3 象限の角で，$\cos\theta = -\frac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

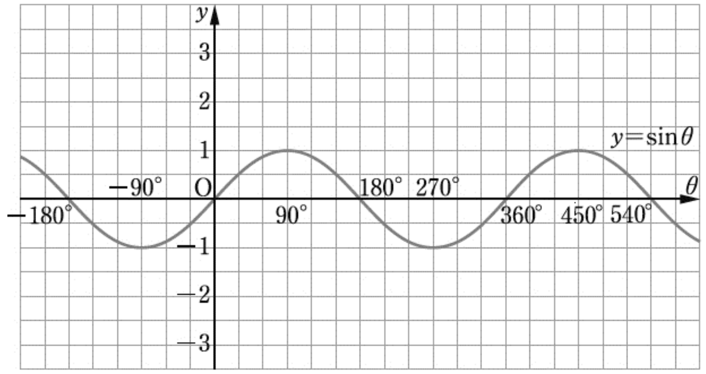
$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$
$$= 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$
$$= 1 - \frac{1}{9}$$
$$= \frac{8}{9}$$

θ が第 3 象限の角であるから　$\sin\theta < 0$

したがって

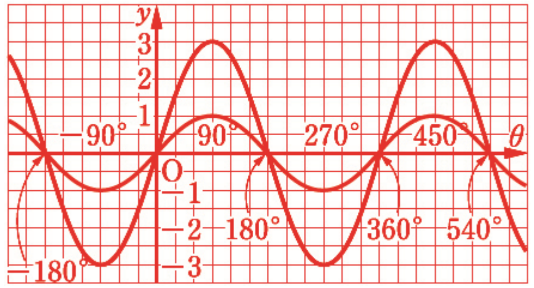
$$\sin\theta = -\sqrt{\frac{8}{9}}$$
$$= -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$= \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \div \left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$= \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{1}\right)$$
$$= 2\sqrt{2}$$

3　$y = 3\sin\theta$ のグラフをかきなさい。また，その周期を答えなさい。

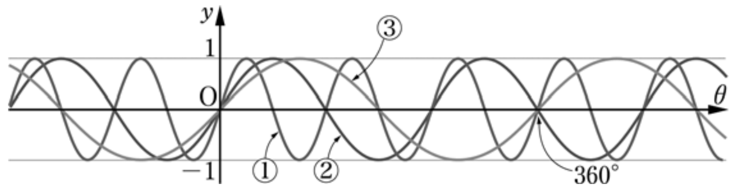


$y = 3\sin\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを y 軸方向に 3 倍したものである。

周期は $y = \sin\theta$ の周期と同じ $360°$ である。



4　$y = \sin 3\theta$ のグラフは下の図の①，②，③のどれか答えなさい。



$y = \sin 3\theta$ のグラフは，$y = \sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{1}{3}$ 倍したものであり，

周期は $y = \sin\theta$ の周期 $360°$ の $\frac{1}{3}$ 倍で $120°$ である。

よって，$y = \sin 3\theta$ のグラフは①である。