59	**平均変化率** p. 126～127	年　　組　　番

1 関数 $f(x)=x^2+4x$ において，次の値を求めなさい。

(1)　$f(1)$

(2)　$f(2)$

(3)　$f(-1)$

(4)　$f(-3)$

2 関数 $f(x)=3x^2$ において，x の値が 2 から 5 まで変化するときの平均変化率を求めなさい。

60	微分係数 p. 128～129	年　組　番

1 次の極限値を求めなさい。

(1) $\lim_{h \to 0}(1+h)$

(2) $\lim_{h \to 0}(6+h)$

(3) $\lim_{h \to 0}(3-8h-h^2)$

(4) $\lim_{h \to 0}(4+5h-h^2)$

2 関数 $f(x)=5x^2$ において，次の微分係数を求めなさい。

(1) $f'(3)$

(2) $f'(-2)$

61	導関数（1） p. 130〜133	年　組　番

1 次の関数を微分しなさい。

(1)　$y=2x-3$

(2)　$y=x^2+5x-1$

(3)　$y=2x^3-3x^2$

(4)　$y=4x^3+7x^2-3x+8$

62	導関数（2） p. 133	年　組　番

1 次の関数を微分しなさい。

(1)　$y=x(4x-3)$

(2)　$y=(x-1)(x+3)$

(3)　$y=(3x-1)^2$

(4)　$y=(x^2-1)(x+2)$

2 関数 $f(x)=-x^2+3x-2$ について，$x=-1$，$x=2$ における微分係数を求めなさい。

(1)　$x=-1$

(2)　$x=2$

63	**接線** p. 134～135	年　　組　　番

1　曲線$y=2x^2$ 上の次の点における接線の傾きを求めなさい。

(1)　$(1,\ 2)$

(2)　$(-2,\ 8)$

2　曲線$y=x^2-3x$ 上の次の点における接線の方程式を求めなさい。

(1)　$(1,\ -2)$

(2)　$(-1,\ 4)$

64	関数の増加・減少 p. 137～139	年　組　番

1 次の関数の増減を調べなさい。

(1)　$f(x)=x^2+6x$

x	$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

(2)　$f(x)=-2x^2+8x+1$

x	$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

2 次の関数の増減を調べなさい。

(1)　$f(x)=x^3+3x^2$

x	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$					

(2)　$f(x)=-2x^3+3x^2+4$

x	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$					

65	関数の極大・極小(1) p. 140〜141	年　組　番

1 次の関数の極値を求めなさい。

(1)　$f(x)=2x^2-4x+5$

x	$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

(2)　$f(x)=-x^2-2x+3$

x	$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

2 次の関数の極値を求めなさい。

(1)　$f(x)=x^3-3x^2-2$

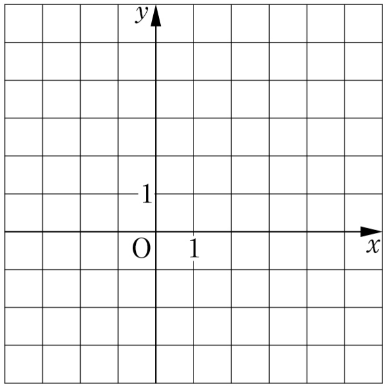
x	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$					

(2)　$f(x)=-x^3+3x-1$

x	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$					

66	関数の極大・極小(2)，関数の最大・最小 p. 142〜144	年　　組　　番

1　関数 $y=x^3-6x^2+9x$ の極値を求め，グラフをかきなさい。



2　次の関数の最大値と最小値を求めなさい。

$y=-x^3+3x^2-3\quad(-2\leqq x\leqq 3)$

67	不定積分(1) p. 146〜147	年　組　番

1 次の不定積分を求めなさい。

(1) $\int 4x\,dx$

(2) $\int (-x)\,dx$

(3) $\int 2x^2\,dx$

(4) $\int 6x^2\,dx$

(5) $\int (-2x^2)\,dx$

(6) $\int 5\,dx$

68	不定積分 (2) p. 148	年　組　番

1 次の不定積分を求めなさい。

(1) $\int (3x+7)dx$

(2) $\int (-4x+5)dx$

(3) $\int (x^2-2x)dx$

(4) $\int (6x^2-4x+2)dx$

(5) $\int (-x^2-x+1)dx$

(6) $\int (-3x^2+6x+2)dx$

69	不定積分 (3) p. 149	年　　組　　番

1 次の不定積分を求めなさい。

(1) $\int (x-1)(x-5)\,dx$

(2) $\int (2x+3)(3x+1)\,dx$

(3) $\int (x+9)^2\,dx$

(4) $\int (3x-1)^2\,dx$

2 関数 $f(x)=4x-6$ の不定積分のうち，$F(-1)=5$ を満たす $F(x)$ を求めなさい。

70	定積分(1) p. 150	年　　組　　番

1 次の定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int_0^4 3x\,dx$

(2) $\displaystyle\int_{-2}^2 4\,dx$

(3) $\displaystyle\int_{-1}^0 3x^2\,dx$

(4) $\displaystyle\int_{-1}^2 5x^2\,dx$

71	定積分(2) p. 151	年　　組　　番

1 次の定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int_{1}^{3}(x^2-2x)dx$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^{1}(3x^2-4x)dx$

(3) $\displaystyle\int_{0}^{1}(6x^2-6x+1)dx$

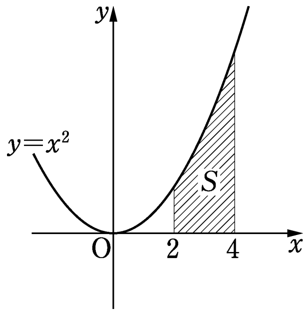
2 次の定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int_{-2}^{1}(x+2)(x-1)dx$

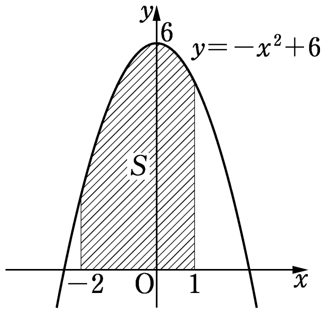
(2) $\displaystyle\int_{0}^{3}(x-2)^2dx$

72	面積(1) p. 152～154	年　組　番

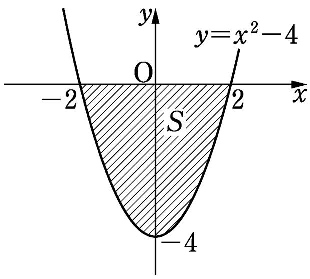
1 曲線 $y=x^2$ と x 軸および 2 直線 $x=2$，$x=4$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。



2 曲線 $y=-x^2+6$ と x 軸および 2 直線 $x=-2$，$x=1$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

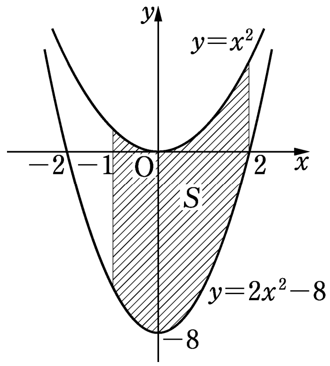


3 曲線 $y=x^2-4$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。



73	面積(2)，放物線と直線で囲まれた図形の面積 p. 154〜155	年　組　番

1　2曲線 $y=x^2$，$y=2x^2-8$ と2直線 $x=-1$，$x=2$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。



チャレンジ

2　曲線 $y=-x^2+1$ と直線 $y=x-1$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

59	平均変化率 p. 126～127	年　　組　　番

1 関数 $f(x)=x^2+4x$ において，次の値を求めなさい。

(1)　$f(1)$

［解］

$f(1)=1^2+4\times 1=\mathbf{5}$

(2)　$f(2)$

［解］

$f(2)=2^2+4\times 2=\mathbf{12}$

(3)　$f(-1)$

［解］

$f(-1)=(-1)^2+4\times(-1)=\mathbf{-3}$

(4)　$f(-3)$

［解］

$f(-3)=(-3)^2+4\times(-3)=\mathbf{-3}$

2 関数 $f(x)=3x^2$ において，x の値が 2 から 5 まで変化するときの平均変化率を求めなさい。

［解］

$\dfrac{f(5)-f(2)}{5-2}=\dfrac{3\times 5^2-3\times 2^2}{5-2}=\dfrac{63}{3}=\mathbf{21}$

60	微分係数 p. 128～129	年　組　番

1 次の極限値を求めなさい。

(1) $\lim_{h\to0}(1+h)$

［解］

$\lim_{h\to0}(1+h)=\mathbf{1}$

(2) $\lim_{h\to0}(6+h)$

［解］

$\lim_{h\to0}(6+h)=\mathbf{6}$

(3) $\lim_{h\to0}(3-8h-h^2)$

［解］

$\lim_{h\to0}(3-8h-h^2)=\mathbf{3}$

(4) $\lim_{h\to0}(4+5h-h^2)$

［解］

$\lim_{h\to0}(4+5h-h^2)=\mathbf{4}$

2 関数 $f(x)=5x^2$ において，次の微分係数を求めなさい。

(1) $f'(3)$

［解］

$$\begin{aligned}f(3+h)-f(3)&=5\times(3+h)^2-5\times3^2\\&=5\times(9+6h+h^2)-45\\&=h(30+5h)\end{aligned}$$

よって，微分係数 $f'(3)$ は

$$\begin{aligned}f'(3)&=\lim_{h\to0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}\\&=\lim_{h\to0}\frac{h(30+5h)}{h}\\&=\lim_{h\to0}(30+5h)\\&=\mathbf{30}\end{aligned}$$

(2) $f'(-2)$

［解］

$$\begin{aligned}f(-2+h)-f(-2)&=5\times(-2+h)^2-5\times(-2)^2\\&=5\times(4-4h+h^2)-20\\&=h(-20+5h)\end{aligned}$$

よって，微分係数 $f'(-2)$ は

$$\begin{aligned}f'(-2)&=\lim_{h\to0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}\\&=\lim_{h\to0}\frac{h(-20+5h)}{h}\\&=\lim_{h\to0}(-20+5h)\\&=\mathbf{-20}\end{aligned}$$

61	導関数(1) p. 130〜133	年　組　番

1 次の関数を微分しなさい。

(1)　$y=2x-3$

［解］

$y'=(2x-3)'$

$=(2x)'-(3)'$

$=2(x)'-(3)'$

$=2\times1-0$

$=\mathbf{2}$

(2)　$y=x^2+5x-1$

［解］

$y'=(x^2+5x-1)'$

$=(x^2)'+(5x)'-(1)'$

$=(x^2)'+5(x)'-(1)'$

$=2x+5\times1-0$

$=\boldsymbol{2x+5}$

(3)　$y=2x^3-3x^2$

［解］

$y'=(2x^3-3x^2)'$

$=(2x^3)'-(3x^2)'$

$=2(x^3)'-3(x^2)'$

$=2\times3x^2-3\times2x$

$=\boldsymbol{6x^2-6x}$

(4)　$y=4x^3+7x^2-3x+8$

［解］

$y'=(4x^3+7x^2-3x+8)'$

$=(4x^3)'+(7x^2)'-(3x)'+(8)'$

$=4(x^3)'+7(x^2)'-3(x)'+(8)'$

$=4\times3x^2+7\times2x-3\times1+0$

$=\boldsymbol{12x^2+14x-3}$

62	導関数(2) p. 133	年　組　番

1 次の関数を微分しなさい。

(1)　$y=x(4x-3)$

［解］

$y=4x^2-3x$ であるから

$y'=(4x^2-3x)'$

$=(4x^2)'-(3x)'$

$=4(x^2)'-3(x)'$

$=4\times 2x-3\times 1$

$=\mathbf{8x-3}$

(2)　$y=(x-1)(x+3)$

［解］

$y=x^2+2x-3$ であるから

$y'=(x^2+2x-3)'$

$=(x^2)'+(2x)'-(3)'$

$=(x^2)'+2(x)'-(3)'$

$=2x+2\times 1-0$

$=\mathbf{2x+2}$

(3)　$y=(3x-1)^2$

［解］

$y=9x^2-6x+1$ であるから

$y'=(9x^2-6x+1)'$

$=(9x^2)'-(6x)'+(1)'$

$=9(x^2)'-6(x)'+(1)'$

$=9\times 2x-6\times 1+0$

$=\mathbf{18x-6}$

(4)　$y=(x^2-1)(x+2)$

［解］

$y=x^3+2x^2-x-2$ であるから

$y'=(x^3+2x^2-x-2)'$

$=(x^3)'+(2x^2)'-(x)'-(2)'$

$=(x^3)'+2(x^2)'-(x)'-(2)'$

$=3x^2+2\times 2x-1-0$

$=\mathbf{3x^2+4x-1}$

2 関数 $f(x)=-x^2+3x-2$ について，$x=-1$，$x=2$ における微分係数を求めなさい。

(1)　$x=-1$

［解］

$f(x)$ を微分すると　　$f'(x)=-2x+3$

よって　　$f'(-1)=-2\times(-1)+3=\mathbf{5}$

(2)　$x=2$

［解］

$f'(x)=-2x+3$ であるから

$f'(2)=-2\times 2+3=\mathbf{-1}$

63	接線 p. 134〜135	年　組　番

1 曲線$y=2x^2$ 上の次の点における接線の傾きを求めなさい。

(1)　$(1,\ 2)$

［解］

$f(x)=2x^2$ とおくと　　$f'(x)=4x$

$f'(1)=4$ であるから，接線の傾きは **4** である。

(2)　$(-2,\ 8)$

［解］

$f'(-2)=-8$ であるから，接線の傾きは **−8** である。

2 曲線$y=x^2-3x$ 上の次の点における接線の方程式を求めなさい。

(1)　$(1,\ -2)$

［解］

$f(x)=x^2-3x$ とおくと，$f'(x)=2x-3$ であるから，

点 $(1,\ -2)$ における接線の傾きは

$f'(1)=2\times1-3=-1$

よって，接線の方程式は　　$y-(-2)=-(x-1)$

すなわち　　$\boldsymbol{y=-x-1}$

(2)　$(-1,\ 4)$

［解］

$f'(x)=2x-3$ であるから，

点 $(-1,\ 4)$ における接線の傾きは

$f'(-1)=2\times(-1)-3=-5$

よって，接線の方程式は　　$y-4=-5\{x-(-1)\}$

すなわち　　$\boldsymbol{y=-5x-1}$

64	関数の増加・減少 p. 137〜139	年　組　番

1 次の関数の増減を調べなさい。

(1)　$f(x)=x^2+6x$

［解］

$f'(x)=2x+6=2(x+3)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=-3$

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

x	$\cdots$	-3	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	-9	↗

よって，$\boldsymbol{x<-3}$ **で減少**し，$\boldsymbol{x>-3}$ **で増加**する。

(2)　$f(x)=-2x^2+8x+1$

［解］

$f'(x)=-4x+8=-4(x-2)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=2$

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

x	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗	9	↘

よって，$\boldsymbol{x<2}$ **で増加**し，$\boldsymbol{x>2}$ **で減少**する。

2 次の関数の増減を調べなさい。

(1)　$f(x)=x^3+3x^2$

［解］

$f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=-2$，0

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗

よって，$\boldsymbol{x<-2}$，$\boldsymbol{0<x}$ **で増加**し，

$\boldsymbol{-2<x<0}$ **で減少**する。

(2)　$f(x)=-2x^3+3x^2+4$

［解］

$f'(x)=-6x^2+6x=-6x(x-1)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=0$，1

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	4	↗	5	↘

よって，$\boldsymbol{0<x<1}$ **で増加**し，

$\boldsymbol{x<0}$，$\boldsymbol{1<x}$ **で減少**する。

65	関数の極大・極小(1) p. 140〜141	年　組　番

1 次の関数の極値を求めなさい。

(1)　$f(x)=2x^2-4x+5$

［解］

$f'(x)=4x-4=4(x-1)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=1$

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

よって，この関数は**$x=1$ のとき極小になり，極小値は3**

x	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	極小 3	↗

(2)　$f(x)=-x^2-2x+3$

［解］

$f'(x)=-2x-2=-2(x+1)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=-1$

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

よって，この関数は**$x=-1$ のとき極大になり，極大値は4**

x	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗	極大 4	↘

2 次の関数の極値を求めなさい。

(1)　$f(x)=x^3-3x^2-2$

［解］

$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=0$，2

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

よって，この関数は**$x=0$ のとき極大になり，極大値は -2**

$x=2$ のとき極小になり，極小値は -6

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大 -2	↘	極小 -6	↗

(2)　$f(x)=-x^3+3x-1$

［解］

$f'(x)=-3x^2+3=-3(x+1)(x-1)$

$f'(x)=0$ の解は　$x=-1$，1

$f(x)$ の増減表は，右のようになる。

よって，この関数は**$x=1$ のとき極大になり，極大値は1**

$x=-1$ のとき極小になり，極小値は -3

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	極小 -3	↗	極大 1	↘

66	関数の極大・極小(2)，関数の最大・最小	年　組　番
	p. 142〜144	

1 関数 $y=x^3-6x^2+9x$ の極値を求め，グラフをかきなさい。

［解］

$y'=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

$y'=0$ の解は　$x=1$，3

y の増減表は，次のようになる。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	＋	0	－	0	＋
y	↗	極大 4	↘	極小 0	↗

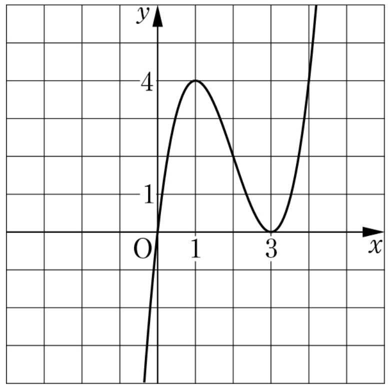
よって，この関数は

$x=1$ のとき　極大値4

$x=3$ のとき　極小値0

をとる。また，$x=0$ のとき$y=0$ である。

したがって，グラフは右の図のようになる。



2 次の関数の最大値と最小値を求めなさい。

$$y=-x^3+3x^2-3\quad(-2\leqq x\leqq 3)$$

［解］

$y'=-3x^2+6x=-3x(x-2)$

$y'=0$ の解は　$x=0$，2

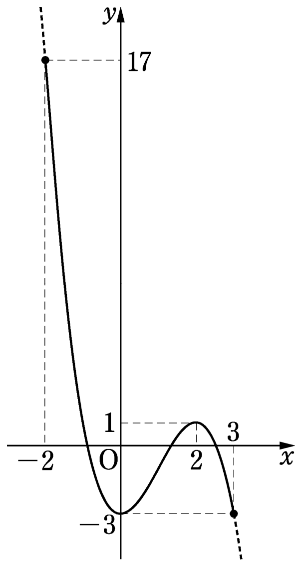
$-2\leqq x\leqq 3$ におけるy の増減表は，次のようになる。

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		－	0	＋	0	－	
y	17	↘	極小 -3	↗	極大 1	↘	-3

よって，この関数は

$x=-2$ のとき　最大値17

$x=0$，3 のとき　最小値 -3



67	不定積分(1) p. 146〜147	年　組　番

1 次の不定積分を求めなさい。

(1) $\int 4x dx$

[解]

$$\int 4x dx = 4\int x dx$$
$$= 4 \times \frac{x^2}{2} + C$$
$$= \mathbf{2x^2 + C}$$

(2) $\int (-x) dx$

[解]

$$\int (-x) dx = -\int x dx$$
$$= -\frac{x^2}{2} + C$$

(3) $\int 2x^2 dx$

[解]

$$\int 2x^2 dx = 2\int x^2 dx$$
$$= 2 \times \frac{x^3}{3} + C$$
$$= \mathbf{\frac{2}{3}x^3 + C}$$

(4) $\int 6x^2 dx$

[解]

$$\int 6x^2 dx = 6\int x^2 dx$$
$$= 6 \times \frac{x^3}{3} + C$$
$$= \mathbf{2x^3 + C}$$

(5) $\int (-2x^2) dx$

[解]

$$\int (-2x^2) dx = -2\int x^2 dx$$
$$= -2 \times \frac{x^3}{3} + C$$
$$= \mathbf{-\frac{2}{3}x^3 + C}$$

(6) $\int 5 dx$

[解]

$$\int 5 dx = 5\int dx$$
$$= 5 \times x + C$$
$$= \mathbf{5x + C}$$

68	不定積分 (2) p. 148	年　　組　　番

1 次の不定積分を求めなさい。

(1) $\int (3x+7)dx$

［解］

$$\int (3x+7)dx = 3\int xdx + 7\int dx$$
$$= 3\times\frac{x^2}{2} + 7\times x + C$$
$$= \boldsymbol{\frac{3}{2}x^2 + 7x + C}$$

(2) $\int (-4x+5)dx$

［解］

$$\int (-4x+5)dx = -4\int xdx + 5\int dx$$
$$= -4\times\frac{x^2}{2} + 5\times x + C$$
$$= \boldsymbol{-2x^2 + 5x + C}$$

(3) $\int (x^2-2x)dx$

［解］

$$\int (x^2-2x)dx = \int x^2dx - 2\int xdx$$
$$= \frac{x^3}{3} - 2\times\frac{x^2}{2} + C$$
$$= \boldsymbol{\frac{x^3}{3} - x^2 + C}$$

(4) $\int (6x^2-4x+2)dx$

［解］

$$\int (6x^2-4x+2)dx = 6\int x^2dx - 4\int xdx + 2\int dx$$
$$= 6\times\frac{x^3}{3} - 4\times\frac{x^2}{2} + 2x + C$$
$$= \boldsymbol{2x^3 - 2x^2 + 2x + C}$$

(5) $\int (-x^2-x+1)dx$

［解］

$$\int (-x^2-x+1)dx = -\int x^2dx - \int xdx + \int dx$$
$$= \boldsymbol{-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + C}$$

(6) $\int (-3x^2+6x+2)dx$

［解］

$$\int (-3x^2+6x+2)dx = -3\int x^2dx + 6\int xdx + 2\int dx$$
$$= -3\times\frac{x^3}{3} + 6\times\frac{x^2}{2} + 2\times x + C$$
$$= \boldsymbol{-x^3 + 3x^2 + 2x + C}$$

69	不定積分(3) p. 149	年　　組　　番

1 次の不定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int(x-1)(x-5)dx$

[解]

$$\begin{aligned}\int(x-1)(x-5)dx&=\int(x^2-6x+5)dx\\&=\int x^2dx-6\int xdx+5\int dx\\&=\frac{x^3}{3}-6\times\frac{x^2}{2}+5\times x+C\\&=\boldsymbol{\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+C}\end{aligned}$$

(2) $\displaystyle\int(2x+3)(3x+1)dx$

[解]

$$\begin{aligned}\int(2x+3)(3x+1)dx&=\int(6x^2+11x+3)dx\\&=6\int x^2dx+11\int xdx+3\int dx\\&=6\times\frac{x^3}{3}+11\times\frac{x^2}{2}+3\times x+C\\&=\boldsymbol{2x^3+\frac{11}{2}x^2+3x+C}\end{aligned}$$

(3) $\displaystyle\int(x+9)^2dx$

[解]

$$\begin{aligned}\int(x+9)^2dx&=\int(x^2+18x+81)dx\\&=\int x^2dx+18\int xdx+81\int dx\\&=\frac{x^3}{3}+18\times\frac{x^2}{2}+81\times x+C\\&=\boldsymbol{\frac{x^3}{3}+9x^2+81x+C}\end{aligned}$$

(4) $\displaystyle\int(3x-1)^2dx$

[解]

$$\begin{aligned}\int(3x-1)^2dx&=\int(9x^2-6x+1)dx\\&=9\int x^2dx-6\int xdx+\int dx\\&=9\times\frac{x^3}{3}-6\times\frac{x^2}{2}+1\times x+C\\&=\boldsymbol{3x^3-3x^2+x+C}\end{aligned}$$

2 関数 $f(x)=4x-6$ の不定積分のうち，$F(-1)=5$ を満たす $F(x)$ を求めなさい。

[解]

$F(x)=\displaystyle\int(4x-6)dx=4\int xdx-6\int dx=2x^2-6x+C$

ここで，$F(-1)=5$ であるから

$$\begin{aligned}2\times(-1)^2-6\times(-1)+C&=5\\8+C&=5\\C&=-3\end{aligned}$$

よって，求める関数 $F(x)$ は

$\boldsymbol{F(x)=2x^2-6x-3}$

70	定積分(1) p. 150	年　　組　　番

1 次の定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int_0^4 3x\,dx$

［解］

$$\int_0^4 3x\,dx=3\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^4=3\times\left(\frac{4^2}{2}-\frac{0^2}{2}\right)=\mathbf{24}$$

(2) $\displaystyle\int_{-2}^2 4\,dx$

［解］

$$\int_{-2}^2 4\,dx=4[x]_{-2}^2=4\times\{2-(-2)\}=\mathbf{16}$$

(3) $\displaystyle\int_{-1}^0 3x^2\,dx$

［解］

$$\int_{-1}^0 3x^2\,dx=3\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^0=[x^3]_{-1}^0=0^3-(-1)^3=\mathbf{1}$$

(4) $\displaystyle\int_{-1}^2 5x^2\,dx$

［解］

$$\int_{-1}^2 5x^2\,dx=5\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^2=5\times\left\{\frac{2^3}{3}-\frac{(-1)^3}{3}\right\}=\mathbf{15}$$

71	定積分(2) p. 151	年　　組　　番

1 次の定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int_1^3 (x^2-2x)dx$

［解］

$$\begin{aligned}\int_1^3 (x^2-2x)dx &= \int_1^3 x^2dx - 2\int_1^3 xdx\\ &= \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 - 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^3\\ &= \frac{1}{3}[x^3]_1^3 - [x^2]_1^3\\ &= \frac{1}{3}\times(3^3-1^3)-(3^2-1^2)\\ &= \mathbf{\frac{2}{3}}\end{aligned}$$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^1 (3x^2-4x)dx$

［解］

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 (3x^2-4x)dx &= 3\int_{-1}^1 x^2dx - 4\int_{-1}^1 xdx\\ &= 3\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^1 - 4\left[\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^1\\ &= [x^3]_{-1}^1 - 2[x^2]_{-1}^1\\ &= \{1^3-(-1)^3\}-2\times\{1^2-(-1)^2\}\\ &= \mathbf{2}\end{aligned}$$

(3) $\displaystyle\int_0^1 (6x^2-6x+1)dx$

［解］

$$\begin{aligned}&\int_0^1 (6x^2-6x+1)dx\\ &= 6\int_0^1 x^2dx - 6\int_0^1 xdx + \int_0^1 dx\\ &= 6\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 - 6\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + [x]_0^1\\ &= 2[x^3]_0^1 - 3[x^2]_0^1 + [x]_0^1\\ &= 2\times(1^3-0^3)-3\times(1^2-0^2)+(1-0)\\ &= \mathbf{0}\end{aligned}$$

2 次の定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int_{-2}^1 (x+2)(x-1)dx$

［解］

$$\begin{aligned}&\int_{-2}^1 (x+2)(x-1)dx\\ &= \int_{-2}^1 (x^2+x-2)dx\\ &= \int_{-2}^1 x^2dx + \int_{-2}^1 xdx - 2\int_{-2}^1 dx\\ &= \left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^1 + \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-2}^1 - 2[x]_{-2}^1\\ &= \frac{1}{3}[x^3]_{-2}^1 + \frac{1}{2}[x^2]_{-2}^1 - 2[x]_{-2}^1\\ &= \frac{1}{3}\times\{1^3-(-2)^3\}+\frac{1}{2}\times\{1^2-(-2)^2\}-2\times\{1-(-2)\}\\ &= \mathbf{-\frac{9}{2}}\end{aligned}$$

(2) $\displaystyle\int_0^3 (x-2)^2dx$

［解］

$$\begin{aligned}&\int_0^3 (x-2)^2dx\\ &= \int_0^3 (x^2-4x+4)dx\\ &= \int_0^3 x^2dx - 4\int_0^3 xdx + 4\int_0^3 dx\\ &= \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3 - 4\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^3 + 4[x]_0^3\\ &= \frac{1}{3}[x^3]_0^3 - 2[x^2]_0^3 + 4[x]_0^3\\ &= \frac{1}{3}\times(3^3-0^3)-2\times(3^2-0^2)+4\times(3-0)\\ &= \mathbf{3}\end{aligned}$$

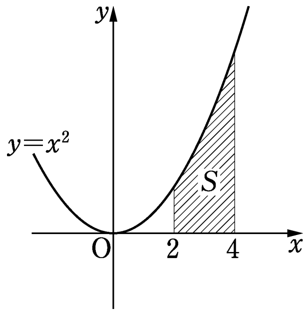
72	面積(1) p. 152～154	年　組　番

1 曲線 $y=x^2$ と x 軸および 2 直線 $x=2$，$x=4$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

［解］

求める図形の面積 S は，$2\leqq x\leqq 4$ で $x^2\geqq 0$ であるから

$$S=\int_2^4 x^2dx$$
$$=\left[\frac{x^3}{3}\right]_2^4$$
$$=\frac{1}{3}[x^3]_2^4$$
$$=\mathbf{\frac{56}{3}}$$

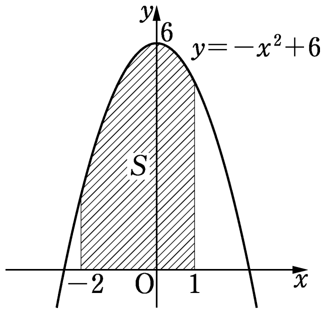


2 曲線 $y=-x^2+6$ と x 軸および 2 直線 $x=-2$，$x=1$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

［解］

求める図形の面積 S は，$-2\leqq x\leqq 1$ で $-x^2+6\geqq 0$ であるから

$$S=\int_{-2}^1(-x^2+6)dx$$
$$=-\int_{-2}^1 x^2dx+6\int_{-2}^1 dx$$
$$=-\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^1+6[x]_{-2}^1$$
$$=-\frac{1}{3}[x^3]_{-2}^1+6[x]_{-2}^1$$
$$=\mathbf{15}$$



3 曲線 $y=x^2-4$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

［解］

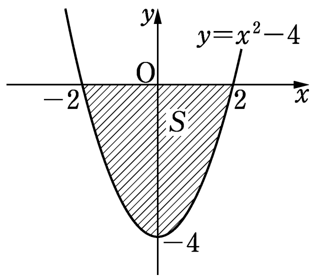
曲線 $y=x^2-4$ と x 軸の交点の x 座標は，

$x^2-4=0$ の解であるから

$x=-2$，2

$-2\leqq x\leqq 2$ で $x^2-4\leqq 0$ であるから，求める面積 S は

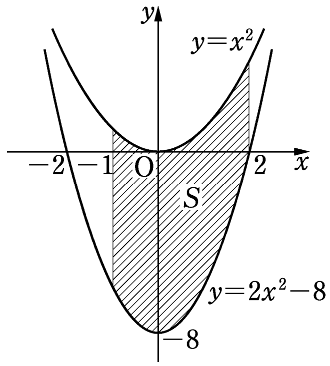
$$S=\int_{-2}^2\{-(x^2-4)\}dx$$
$$=\int_{-2}^2(-x^2+4)dx$$
$$=-\int_{-2}^2 x^2dx+4\int_{-2}^2 dx$$
$$=-\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^2+4[x]_{-2}^2$$
$$=-\frac{1}{3}[x^3]_{-2}^2+4[x]_{-2}^2$$
$$=\mathbf{\frac{32}{3}}$$



73	**面積(2)，放物線と直線で囲まれた図形の面積** p. 154〜155	年　　組　　番

1　2曲線 $y=x^2$，$y=2x^2-8$ と2直線 $x=-1$，$x=2$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

［解］



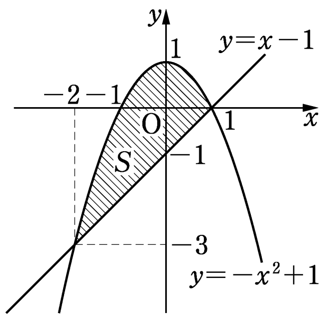
$-1\leqq x\leqq 2$ の範囲で　$x^2\geqq 2x^2-8$ であるから，求める面積 S は

$$
\begin{aligned}
S&=\int_{-1}^{2}\{x^2-(2x^2-8)\}dx\\
&=\int_{-1}^{2}(-x^2+8)dx\\
&=-\int_{-1}^{2}x^2dx+8\int_{-1}^{2}dx\\
&=-\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{2}+8[x]_{-1}^{2}\\
&=-\frac{1}{3}[x^3]_{-1}^{2}+8[x]_{-1}^{2}\\
&=\mathbf{21}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{チャレンジ}}$

2　曲線 $y=-x^2+1$ と直線 $y=x-1$ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

［解］



曲線 $y=-x^2+1$ と直線 $y=x-1$ の交点の x 座標は，$-x^2+1=x-1$ の解であるから

$$x^2+x-2=0$$

$$(x+2)(x-1)=0$$

よって　　$x=-2,\ 1$

ここで，$-2\leqq x\leqq 1$ の範囲で $x-1\leqq -x^2+1$ であるから，求める面積 S は

$$
\begin{aligned}
S&=\int_{-2}^{1}\{(-x^2+1)-(x-1)\}dx\\
&=\int_{-2}^{1}(-x^2-x+2)dx\\
&=-\int_{-2}^{1}x^2dx-\int_{-2}^{1}xdx+2\int_{-2}^{1}dx\\
&=-\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{1}-\left[\frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{1}+2[x]_{-2}^{1}\\
&=-\frac{1}{3}[x^3]_{-2}^{1}-\frac{1}{2}[x^2]_{-2}^{1}+2[x]_{-2}^{1}\\
&=\mathbf{\frac{9}{2}}
\end{aligned}
$$