1節 鋭角の三角比

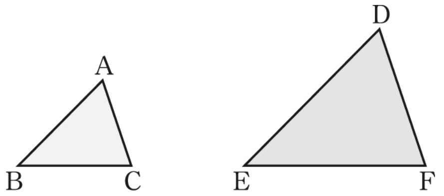
1 三角形

（教科書 p.86）

相似な三角形

相似な三角形については，次の性質が成り立つ。

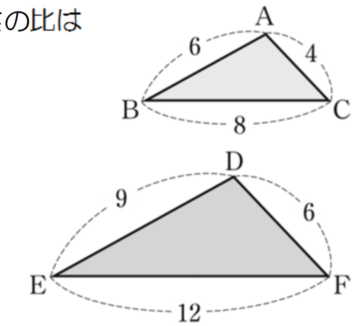
> **相似な三角形**
>
> 相似な三角形では
>
> ［1］ 対応する辺の長さの比はすべて等しい。
>
> ［2］ 対応する角の大きさはそれぞれ等しい。



右の図で，△ABC と △DEF が相似であるとき，対応する辺の長さの比は

AB：DE＝6：9，BC：EF＝8：12，CA：FD＝4：6

であり，いずれも 2：3 に等しい。



例1 右の図で，△ABC と △DEF が相似であるとき，

辺 AB の長さを求めてみよう。

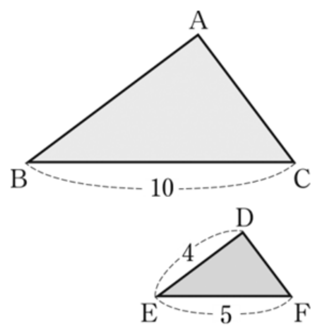
対応する辺の比は等しいから

AB：DE＝BC：EF

よって　AB：（　　　　）＝　10　：（　　　　）

比の性質から（　　　　　　　　　）

したがって　AB＝



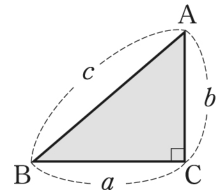
問1 例 1 で CA＝6 のとき，辺 FD の長さを求めなさい。

三平方の定理

（教科書 p.87）

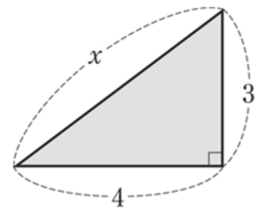
直角三角形については，次の定理が成り立つ。

> **三平方の定理**
>
> 直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。
>
> $$a^2 + b^2 = c^2$$



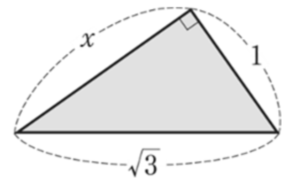
例2 (1)　三平方の定理により

$$4^2 + 3^2 = x^2$$

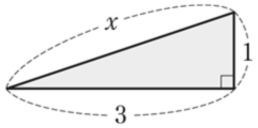


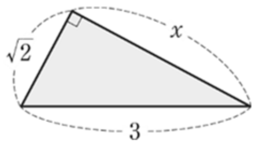
(2)　三平方の定理により

$$1^2 + x^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2$$

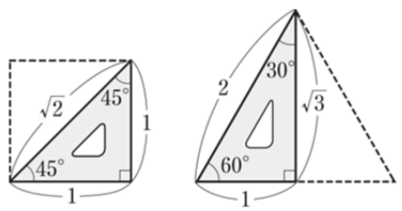


問2 次の図で，x の値を求めなさい。

(1) 

(2) 

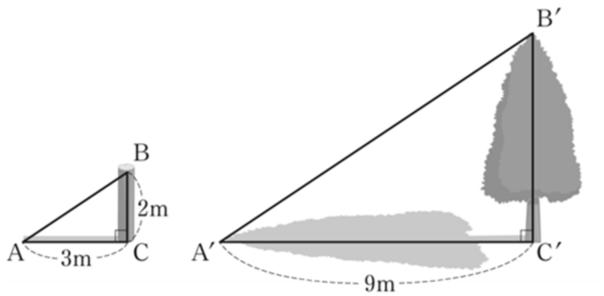
3 つの角が 90°，45°，45° である直角三角形と，90°，30°，60° である直角三角形の 3 辺の長さの間には，右の図のような比の関係が成り立っている。



2 タンジェント

（教科書 p.88）

例3 下の図のように，$\mathrm{BC}=2\mathrm{m}$ の棒を木のそばに垂直に立てて，
棒の影と木の影の長さを測ったところ，$\mathrm{AC}=3\mathrm{m}$，$\mathrm{A'C'}=9\mathrm{m}$ であった。



このとき，$\triangle\mathrm{ABC}$ と $\triangle\mathrm{A'B'C'}$ は相似である。
対応する辺の比は等しいから

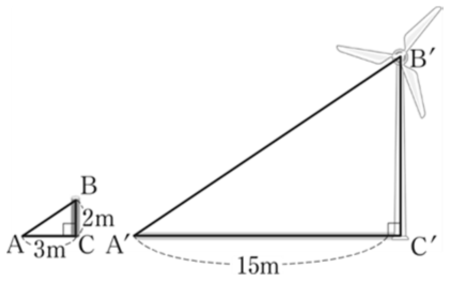
$\mathrm{AC}:\mathrm{A'C'}=\mathrm{BC}:\mathrm{B'C'}$

よって　$3:9=2:\mathrm{B'C'}$

$3\times\mathrm{B'C'}=9\times2$

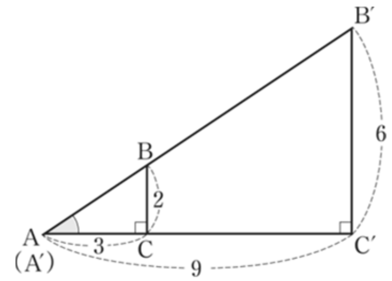
したがって　$\mathrm{B'C'}=\frac{9\times2}{3}=6$（m）

問3 風力発電のタワーの高さを求めるために，長さ 2m の棒を垂直に立てたら，それぞれの影の長さ AC，A′C′ は右の図のようになった。タワーの高さ B′C′ を求めなさい。



例３の直角三角形 ABC と A′B′C′ を重ねてかいてみよう。
ここで

$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}=\frac{2}{3}$，$\frac{\mathrm{B'C'}}{\mathrm{A'C'}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$



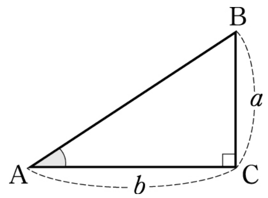
よって　$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{B'C'}}{\mathrm{A'C'}}$ ……①

このように，①の値は三角形の大きさに関係なく，∠A の大きさだけで定まる。
∠A の大きさを A で表し，$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}$ を A の（[1]　　　　　）または（[2]　　　　　）といい，
（[3]　　　　　）と書く。

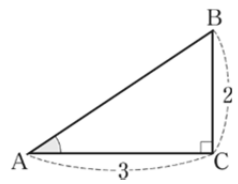
タンジェント

右の図の直角三角形 ABC で

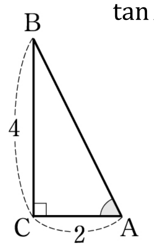
$\tan A=\frac{a}{b}$



例4 (1)　$\tan A=$

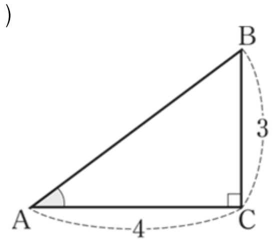


(2)　$\tan A=$

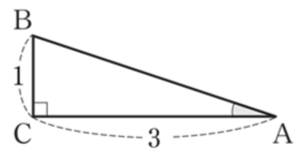


問4 次の図で，$\tan A$ の値を求めなさい。

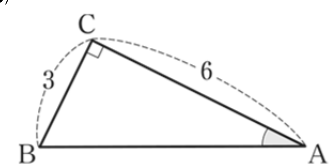
(1)



(2)



(3)



(1)

(2)

(3)

3 サインとコサイン　（教科書 p.90）

右の図の直角三角形 ABC と AB′C′ は相似である。

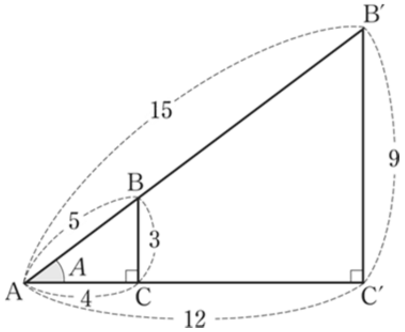
ここで，斜辺を含む 2 辺の比について

$$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\frac{3}{5},\quad \frac{\mathrm{B'C'}}{\mathrm{AB'}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$$

よって　$\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{\mathrm{B'C'}}{\mathrm{AB'}}$　……①

また　$\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{4}{5},\quad \dfrac{\mathrm{AC'}}{\mathrm{AB'}}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$

よって　$\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{\mathrm{AC'}}{\mathrm{AB'}}$　……②



このように，①，②の値は，タンジェントの場合と同様に，三角形の大きさに関係なく，∠A の大きさ A だけで定まる。

$\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}$ を A の（[1]　　　　　　）または（[2]　　　　　　）といい，（[3]　　　　　　）と書く。

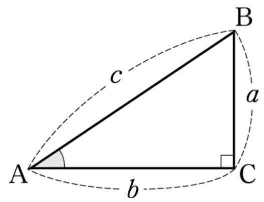
$\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$ を A の（[4]　　　　　　）または（[5]　　　　　　）といい，（[6]　　　　　　）と書く。

サイン・コサイン

右の図の直角三角形 ABC で

$$\sin A=\frac{a}{c}$$

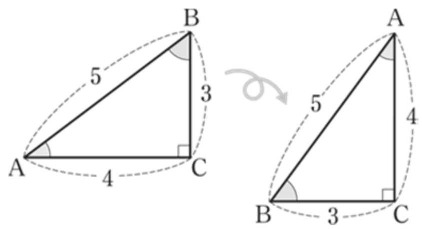
$$\cos A=\frac{b}{c}$$



サイン，コサイン，タンジェントをまとめて，（[7]　　　　　　）という。

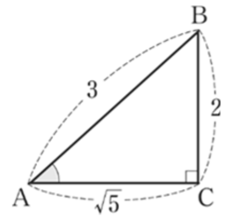
例5　$\sin A=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{3}{5},\quad \cos A=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{4}{5}$

$\sin B=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{4}{5},\quad \cos B=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{3}{5}$

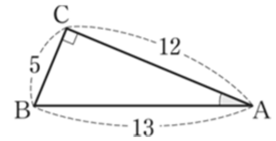


問5　次の図で，$\sin A$，$\cos A$ の値を求めなさい。

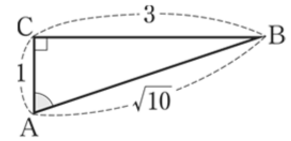
（1）



（2）



（3）



（1）

（2）

（3）

問6　問５の図で，$\sin B$，$\cos B$ の値を求めなさい。

（1）

（2）

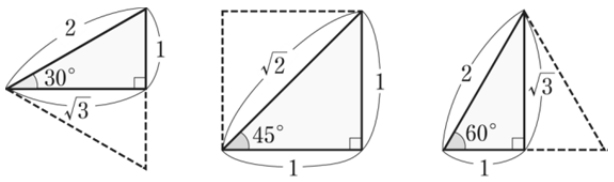
（3）

30°，45°，60° の三角比

（教科書 p.91）

例6 正三角形，直角二等辺三角形の性質を使うと，

$30°$，$45°$，$60°$ の三角比の値は，次のように求められる。



$\sin 30° =$　　　$\cos 45° =$　　　$\tan 60° =$

問7 右の表を完成しなさい。

A	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin A$	$\frac{1}{2}$		
$\cos A$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
$\tan A$			$\sqrt{3}$

4 三角比の利用

（教科書 p.92）

三角比の表

$30°$，$45°$，$60°$ 以外の三角比については，教科書 171 ページの三角比の表を利用する。この表には $0°$ から $90°$ までの三角比の値を，四捨五入して小数第 4 位まで示してある。

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
⋮	⋮	⋮	⋮
10°	0.1736	0.9848	0.1763
⋮	⋮	⋮	⋮
20°	0.3420	0.9397	0.3640
⋮	⋮	⋮	⋮
30°	0.5000	0.8660	0.5774
⋮	⋮	⋮	⋮
40°	0.6428	0.7660	0.8391
⋮	⋮	⋮	⋮
45°	0.7071	0.7071	1.0000

たとえば

$\sin 10° = 0.1736$，$\cos 20° = 0.9397$，$\tan 40° = 0.8391$

であることがわかる。

問8 次の値を，三角比の表を用いて求めなさい。

（1） $\sin 32°$

（2） $\cos 58°$

（3） $\tan 81°$

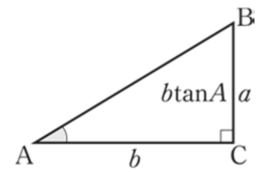
タンジェントの利用

（教科書 p.92）

右の図の直角三角形 ABC で

$\tan A = \frac{a}{b}$ より　$a = b \times \tan A = b \tan A$

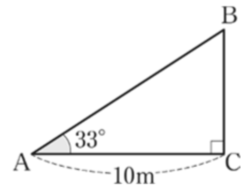
となり，A と b の値がわかると a の値を求めることができる。



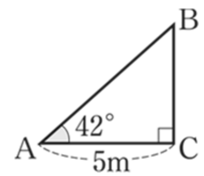
例7 右の図で，BC の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めると

$\tan 33° = \frac{\mathrm{BC}}{10}$ より

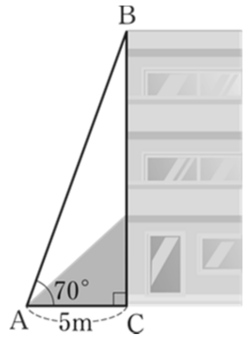
$\mathrm{BC} =$



問9 右の図で，BC の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。



例題 1 右の図のような校舎とその影でできる直角三角形 ABC において，AC = 5m，∠BAC = 70° であった。この校舎の高さ BC を，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。

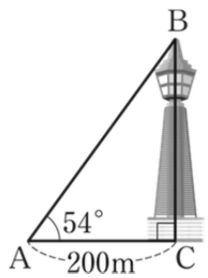


解 $\tan 70° = \frac{BC}{AC}$ より　$BC = AC \times \tan 70°$

AC =（　　　　），$\tan 70°$ =（　　　　　　　）であるから

$BC = AC \times \tan 70° =$

問 10 ある塔の根もとの点 C から 200m 離れた点 A がある。A から塔の先端 B を見上げた角度は 54° であった。この塔の高さ BC を，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。



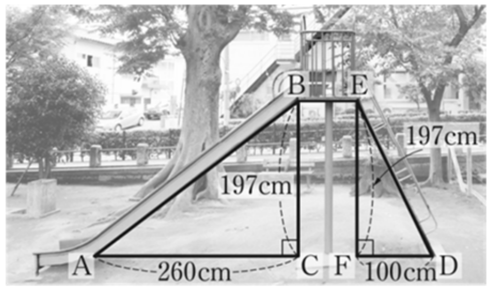
例8 右の図の中の直角三角形 ABC で

$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{197}{260} \fallingdotseq 0.7577$

よって，この値に最も近くなる

∠A の大きさは，三角比の表より

∠A ≒



問 11 例８の図で，∠EDF はおよそ何度か求めなさい。

サイン・コサインの利用

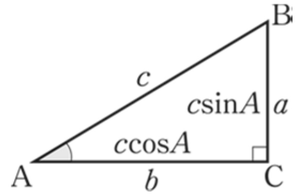
（教科書 p.94）

右の図の直角三角形 ABC で，A と c の値がわかると

$\sin A = \frac{a}{c}$ より　$a = c \times \sin A = c \sin A$

$\cos A = \frac{b}{c}$ より　$b = c \times \cos A = c \cos A$

となり，a や b の値を求めることができる。



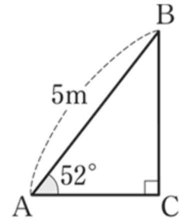
例9 右の図で，BC，AC の長さを，四捨五入してそれぞれ小数第 1 位まで求めると

$\sin 52° = \frac{BC}{5}$ より　BC =

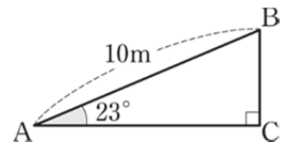
BC =

$\cos 52° = \frac{AC}{5}$ より　AC =

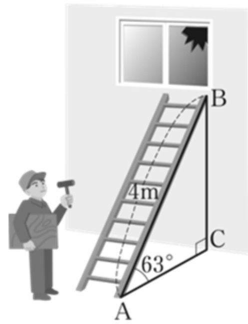
AC =



問 12 右の図で，BC，AC の長さを，四捨五入してそれぞれ小数第 1 位まで求めなさい。



例題 2 右の図のように，長さ 4m のはしご AB が壁に立てかけてある。はしごと地面のつくる角度が 63° であるとき，はしごの先端と地面との距離 BC と，はしごの下端と壁との距離 AC を，四捨五入してそれぞれ小数第 1 位まで求めなさい。



解 $\sin 63° = \frac{BC}{AB}$ より　$BC = AB \times \sin 63°$

$AB = 4$，$\sin 63° = 0.8910$ であるから

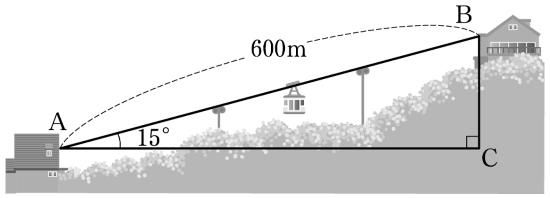
　$BC =$

$\cos 63° = \frac{AC}{AB}$ より　$AC = AB \times \cos 63°$

$AB = 4$，$\cos 63° = 0.4540$ であるから

　$AC =$

問 13 右の図のように，傾斜角が 15° で，2 地点 A，B 間の距離が 600m のロープウエーがある。次の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。



(1)　2 地点 A，B の標高差 BC

(2)　2 地点 A，B の水平距離 AC

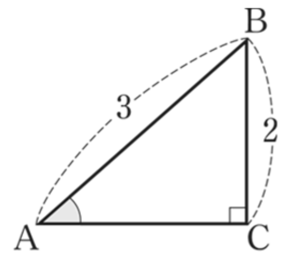
例 10 右の図の直角三角形 ABC で

$\sin A = \frac{2}{3} = 0.6666\cdots$

よって，この値に最も近くなる

∠A の大きさは，三角比の表より

∠A ≒

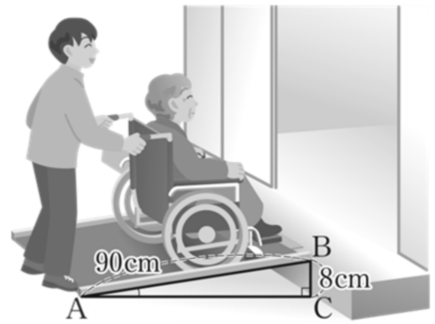


問 14 三角比の表を用いて，次の式を満たす ∠A の大きさを求めなさい。

(1)　$\sin A = 0.9659$

(2)　$\cos A = 0.9205$

問 15 右の図で，入り口との段差が BC = 8cm，スロープの長さが AB = 90cm であった。このとき，∠BAC はおよそ何度か求めなさい。



5 三角比の相互関係

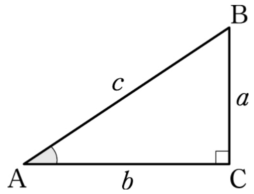
（教科書 p.96）

右の図の直角三角形 ABC で

$a = c\sin A$ ……①

$b = c\cos A$ ……②

であるから



$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{c\sin A}{c\cos A} = \frac{\sin A}{\cos A}$

また，三平方の定理により　$a^2 + b^2 = c^2$

これと①，②より　$(c\sin A)^2 + (c\cos A)^2 = c^2$

$c^2(\sin A)^2 + c^2(\cos A)^2 = c^2$

両辺を c^2 でわると　$(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

これからは，$(\sin A)^2$ を $\sin^2 A$，$(\cos A)^2$ を $\cos^2 A$ と書くことにする。よって，次の関係式が成り立つ。

三角比の相互関係
$\boldsymbol{\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}}$　　$\boldsymbol{\sin^2 A + \cos^2 A = 1}$

例題 3 $\cos A = \frac{2}{3}$ のとき，$\sin A$，$\tan A$ の値を求めなさい。

解 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$であるから

$\sin^2 A + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$

$\sin^2 A =$

$\sin A > 0$ であるから　$\sin A =$

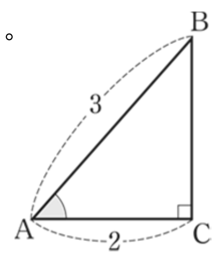
また，$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \sin A \div \cos A$ より

$\tan A =$

例題３は，次のように図をかいて考えることもできる。

$\cos A = \frac{2}{3}$ であるから，$\mathrm{AB} = 3$，$\mathrm{AC} = 2$ の直角三角形 ABC をかく。

この △ABC で，三平方の定理により



$2^2 + \mathrm{BC}^2 = 3^2$

$\mathrm{BC}^2 = 3^2 - 2^2 = 5$

$\mathrm{BC} > 0$ であるから　$\mathrm{BC} = \sqrt{5}$

よって　$\sin A = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$，$\tan A = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

問 16 次の三角比の値を求めなさい。

(1) $\cos A = \frac{4}{5}$のとき，$\sin A$，$\tan A$

(2) $\sin A = \frac{3}{4}$のとき，$\cos A$，$\tan A$

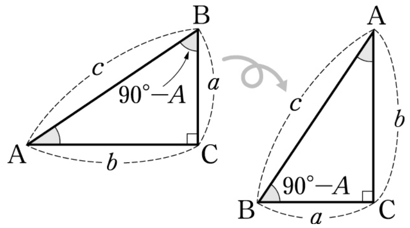
90° −A の三角比

（教科書 p.97）

右の図の直角三角形 ABC において

$\sin A = \frac{a}{c}$，$\cos A = \frac{b}{c}$

$\sin B = \frac{b}{c}$，$\cos B = \frac{a}{c}$



よって，$\sin B = \cos A$，$\cos B = \sin A$ であることがわかる。

$B = 90° - A$ であるから，次の関係式が成り立つ。

90° − A の三角比
$\mathbf{\sin(90° - A) = \cos A,\quad \cos(90° - A) = \sin A}$

例 11 $65° = 90° - 25°$ であるから

$\sin 65° = \sin(\qquad\qquad) =$

$\cos 65° = \cos(\qquad\qquad) =$

問 17 次の三角比を，45° 以下の角の三角比で表しなさい。

(1)　$\sin 85°$

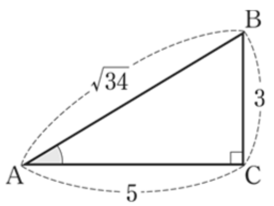
(2)　$\cos 55°$

復 習 問 題

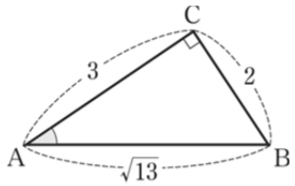
（教科書 p.98）

1 次の図で，$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$ の値を求めなさい。

(1)

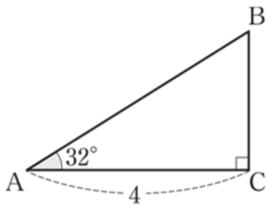


(2)

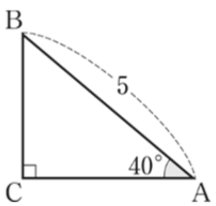


2 次の図で，BC の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。

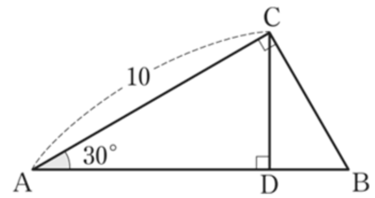
(1)



(2)



3 右の図で，次の長さを求めなさい。



(1)　AD

(2)　CD

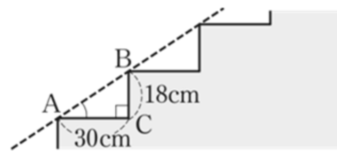
(3)　BD

4 次の三角比の値を求めなさい。

(1)　$\sin A = \frac{1}{3}$ のとき，$\cos A$，$\tan A$

(2)　$\cos A = \frac{2}{5}$ のとき，$\sin A$，$\tan A$

5 右の図のような階段で，∠BAC はおよそ何度か求めなさい。



1節 鋭角の三角比

1 三角形

（教科書 p.86）

相似な三角形

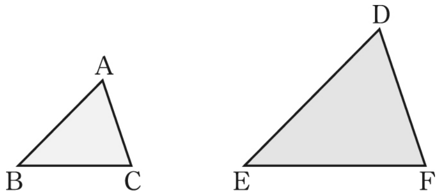
相似な三角形については，次の性質が成り立つ。

相似な三角形

相似な三角形では

［1］ 対応する辺の長さの比はすべて等しい。

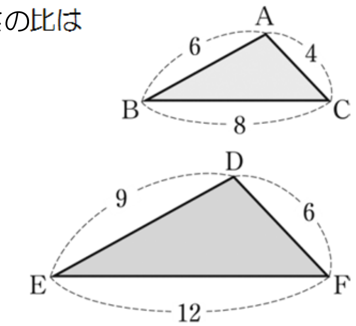
［2］ 対応する角の大きさはそれぞれ等しい。



右の図で，$\triangle$ABC と $\triangle$DEF が相似であるとき，対応する辺の長さの比は

AB : DE = 6 : 9，BC : EF = 8 : 12，CA : FD = 4 : 6

であり，いずれも 2 : 3 に等しい。



例1 右の図で，$\triangle$ABC と $\triangle$DEF が相似であるとき，

辺 AB の長さを求めてみよう。

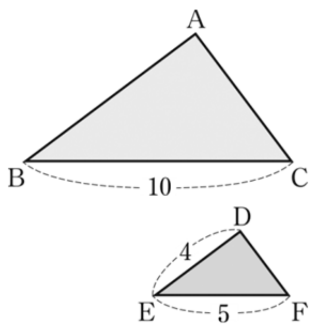
対応する辺の比は等しいから

AB : DE = BC : EF

よって AB : （ 4 ） = 10 : （ 5 ）

比の性質から （ AB × 5 = 4 × 10 ）

したがって AB = 8



問1 例 1 で CA = 6 のとき，辺 FD の長さを求めなさい。

対応する辺の比は等しいから

BC : EF = CA : FD

よって 10 : 5 = 6 : FD

10 × FD = 5 × 6

したがって FD = 3

三平方の定理

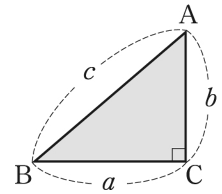
（教科書 p.87）

直角三角形については，次の定理が成り立つ。

三平方の定理

直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2$$



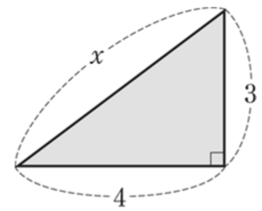
例2 (1) 三平方の定理により

$4^2 + 3^2 = x^2$

$x^2 = 25$

$x > 0$ であるから

$x = 5$



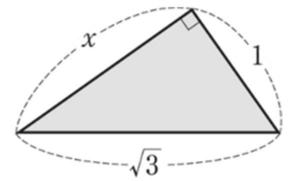
(2) 三平方の定理により

$1^2 + x^2 = (\sqrt{3})^2$

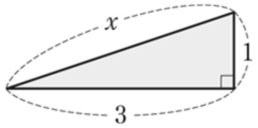
$x^2 = 2$

$x > 0$ であるから

$x = \sqrt{2}$



問2 次の図で，x の値を求めなさい。

(1)


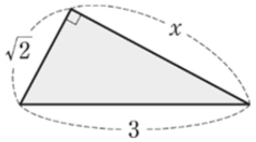
三平方の定理により

$$3^2 + 1^2 = x^2$$

$$x^2 = 10$$

$x > 0$ であるから

$$x = \sqrt{10}$$

(2)


三平方の定理により

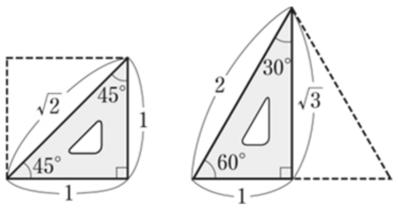
$$x^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 3^2$$

$$x^2 = 7$$

$x > 0$ であるから

$$x = \sqrt{7}$$

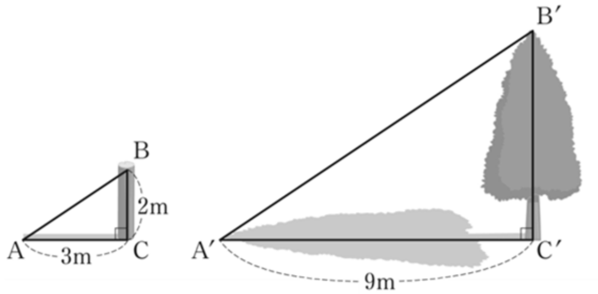
3 つの角が 90°，45°，45° である直角三角形と，90°，30°，60° である直角三角形の 3 辺の長さの間には，右の図のような比の関係が成り立っている。



2 タンジェント

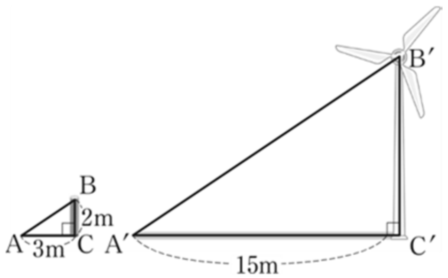
（教科書 p.88）

例3 下の図のように，BC ＝ 2m の棒を木のそばに垂直に立てて，
棒の影と木の影の長さを測ったところ，AC ＝ 3m，A′C′ ＝ 9m であった。



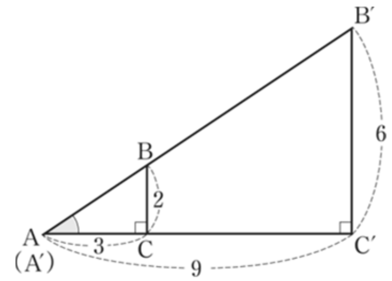
このとき，△ABC と △A′B′C′ は相似である。
対応する辺の比は等しいから
　AC : A′C′ ＝ BC : B′C′
よって　3 : 9 ＝ 2 : B′C′
　　　3 × B′C′ ＝ 9 × 2
したがって　B′C′ ＝ $\frac{9\times2}{3}$ ＝ 6（m）

問3 風力発電のタワーの高さを求めるために，長さ 2m の棒を垂直に立てたら，それぞれの影の長さ AC，A′C′ は右の図のようになった。タワーの高さ B′C′ を求めなさい。



△ABC と △A′B′C′ は相似である。対応する辺の比は等しいから
　A′C′ : AC ＝ B′C′ : BC
よって　15 : 3 ＝ B′C′ : 2
　　　15 × 2 ＝ 3 × B′C′
したがって
　B′C′ ＝ $\frac{15\times2}{3}$ ＝ 10（m）

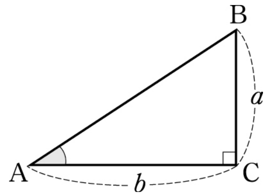
例３の直角三角形 ABC と A′B′C′ を重ねてかいてみよう。
ここで



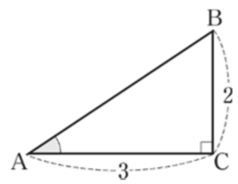
$\frac{BC}{AC}=\frac{2}{3}$，$\frac{B'C'}{A'C'}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

よって　$\frac{BC}{AC}=\frac{B'C'}{A'C'}$ ……①

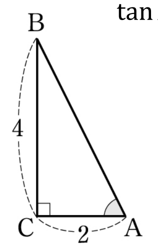
このように，①の値は三角形の大きさに関係なく，∠A の大きさだけで定まる。
∠A の大きさを A で表し，$\frac{BC}{AC}$ を A の（[1] タンジェント ）または（[2] 正接 ）といい，（[3] $\tan A$ ）と書く。

> **タンジェント**
>
> 右の図の直角三角形 ABC で
> $\tan A=\frac{a}{b}$
>
> 
>

例4 (1)　$\tan A=\frac{2}{3}$

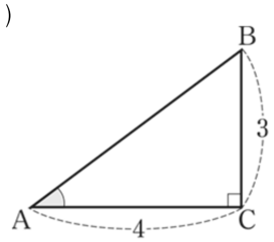


(2)　$\tan A=\frac{4}{2}$
　　$=2$

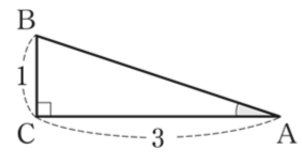


問4 次の図で，tan A の値を求めなさい。

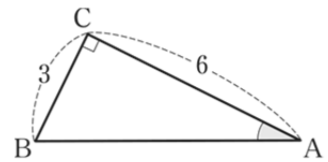
(1)



(2)



(3)



(1)　$\tan A=\frac{3}{4}$　　(2)　$\tan A=\frac{1}{3}$　　(3)　$\tan A=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

3 サインとコサイン

（教科書 p.90）

右の図の直角三角形 ABC と AB′C′ は相似である。

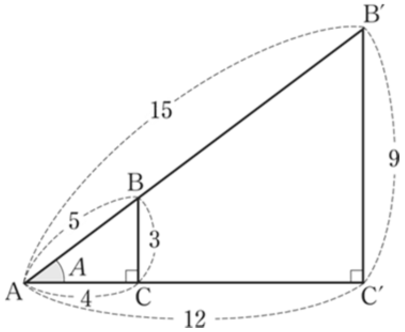
ここで，斜辺を含む 2 辺の比について

$\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，$\frac{B'C'}{AB'}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

よって　$\frac{BC}{AB}=\frac{B'C'}{AB'}$　……①

また　$\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$，$\frac{AC'}{AB'}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

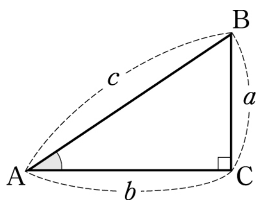
よって　$\frac{AC}{AB}=\frac{AC'}{AB'}$　……②



このように，①，②の値は，タンジェントの場合と同様に，三角形の大きさに関係なく，∠A の大きさ A だけで定まる。

$\frac{BC}{AB}$ を A の（1　サイン　）または（2　正弦　）といい，（3　$\sin A$　）と書く。

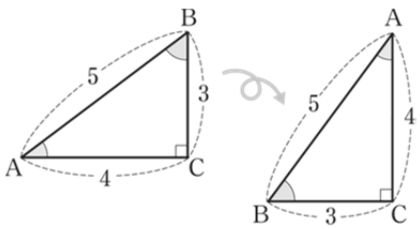
$\frac{AC}{AB}$ を A の（4　コサイン　）または（5　余弦　）といい，（6　$\cos A$　）と書く。

サイン・コサイン
右の図の直角三角形 ABC で $\sin A=\frac{a}{c}$ $\cos A=\frac{b}{c}$ 

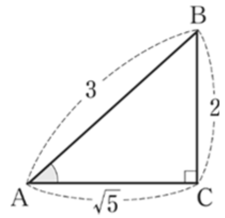
サイン，コサイン，タンジェントをまとめて，（7　三角比　）という。

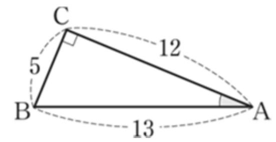
例5　$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$

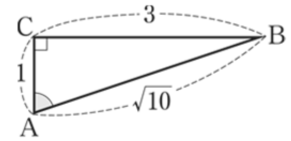
$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$，$\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$



問5　次の図で，$\sin A$，$\cos A$ の値を求めなさい。

（1）


（2）


（3）


（1）　$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{3}$　　$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

（2）　$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$　　$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{12}{13}$

（3）　$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{\sqrt{10}}$　　$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{\sqrt{10}}$

問6　問５の図で，$\sin B$，$\cos B$ の値を求めなさい。

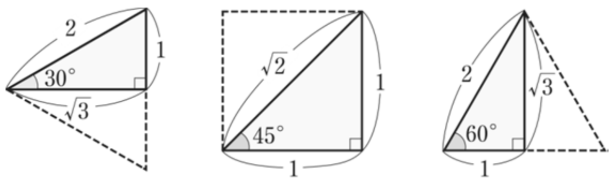
（1）　$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{3}$　　$\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{3}$

（2）　$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{12}{13}$　　$\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$

（3）　$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{\sqrt{10}}$　　$\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{\sqrt{10}}$

30°，45°，60° の三角比
（教科書 p.91）

例6 正三角形，直角二等辺三角形の性質を使うと，
30°，45°，60° の三角比の値は，次のように求められる。



$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$　　$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$　　$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

問7 右の表を完成しなさい。

A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

4 三角比の利用
（教科書 p.92）

三角比の表

30°，45°，60° 以外の三角比については，教科書 171 ページの三角比の表を利用する。この表には 0° から 90° までの三角比の値を，四捨五入して小数第 4 位まで示してある。

たとえば

$\sin 10^\circ = 0.1736$，$\cos 20^\circ = 0.9397$，$\tan 40^\circ = 0.8391$

であることがわかる。

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
⋮	⋮	⋮	⋮
10°	0.1736	0.9848	0.1763
⋮	⋮	⋮	⋮
20°	0.3420	0.9397	0.3640
⋮	⋮	⋮	⋮
30°	0.5000	0.8660	0.5774
⋮	⋮	⋮	⋮
40°	0.6428	0.7660	0.8391
⋮	⋮	⋮	⋮
45°	0.7071	0.7071	1.0000

問8 次の値を，三角比の表を用いて求めなさい。

(1)　$\sin 32^\circ = 0.5299$

(2)　$\cos 58^\circ = 0.5299$

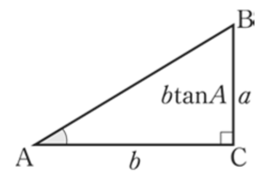
(3)　$\tan 81^\circ = 6.3138$

タンジェントの利用
（教科書 p.92）

右の図の直角三角形 ABC で

$\tan A = \frac{a}{b}$ より　$a = b \times \tan A = b \tan A$

となり，A と b の値がわかると a の値を求めることができる。

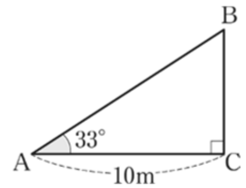


例7 右の図で，BC の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めると

$\tan 33^\circ = \frac{\mathrm{BC}}{10}$ より

$\mathrm{BC} = 10 \times \tan 33^\circ = 10 \times 0.6494$

$= 6.494 \fallingdotseq 6.5\ (\mathrm{m})$

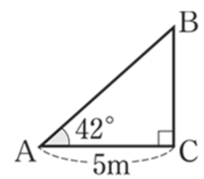


問9 右の図で，BC の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。

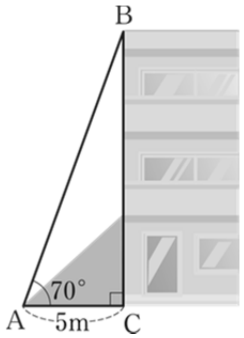
$\tan 42^\circ = \frac{\mathrm{BC}}{5}$ より

$\mathrm{BC} = 5 \times \tan 42^\circ = 5 \times 0.9004$

$= 4.502 \fallingdotseq 4.5\ (\mathrm{m})$



例題 1 右の図のような校舎とその影でできる直角三角形 ABC において，$AC = 5\text{m}$，$\angle BAC = 70°$ であった。この校舎の高さ BC を，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。



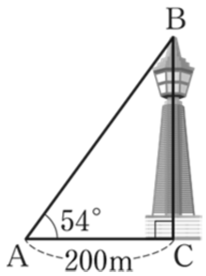
解 $\tan 70° = \frac{BC}{AC}$ より　$BC = AC \times \tan 70°$

$AC =$ (　5　)，$\tan 70° =$ (　2.7475　) であるから

$BC = AC \times \tan 70° = 5 \times 2.7475$

$= 13.7375 \fallingdotseq 13.7\ (\text{m})$

問 10 ある塔の根もとの点 C から 200m 離れた点 A がある。A から塔の先端 B を見上げた角度は 54° であった。この塔の高さ BC を，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。



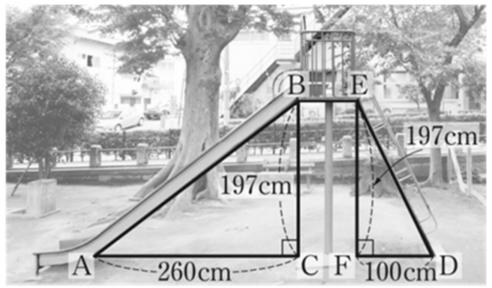
$\tan 54° = \frac{BC}{AC}$ より　$BC = AC \times \tan 54°$

$AC = 200$，$\tan 54° = 1.3764$ であるから

$BC = AC \times \tan 54° = 200 \times 1.3764$

$= 275.28 \fallingdotseq 275.3\ (\text{m})$

例8 右の図の中の直角三角形 ABC で



$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{197}{260} \fallingdotseq 0.7577$

よって，この値に最も近くなる

∠A の大きさは，三角比の表より

∠A ≒　37°

問 11 例８の図で，∠EDF はおよそ何度か求めなさい。

$\tan D = \frac{EF}{DF} = \frac{197}{100} = 1.97$

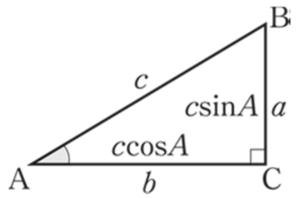
よって，この値に最も近くなる。∠EDF の大きさは，三角比の表より

$\angle EDF \fallingdotseq 63°$

サイン・コサインの利用

（教科書 p.94）

右の図の直角三角形 ABC で，A と c の値がわかると

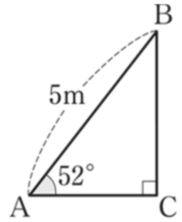


$\sin A = \frac{a}{c}$ より　$a = c \times \sin A = c \sin A$

$\cos A = \frac{b}{c}$ より　$b = c \times \cos A = c \cos A$

となり，a や b の値を求めることができる。

例9 右の図で，BC，AC の長さを，四捨五入してそれぞれ小数第 1 位まで求めると



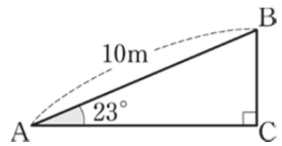
$\sin 52° = \frac{BC}{5}$ より　$BC = 5 \times \sin 52°$

$BC = 5 \times 0.7880 = 3.9400 \fallingdotseq 3.9\ (\text{m})$

$\cos 52° = \frac{AC}{5}$ より　$AC = 5 \times \cos 52°$

$AC = 5 \times 0.6157 = 3.0785 \fallingdotseq 3.1\ (\text{m})$

問 12 右の図で，BC，AC の長さを，四捨五入してそれぞれ小数第 1 位まで求めなさい。



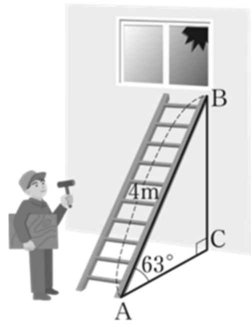
$\sin 23° = \frac{BC}{10}$ より

$BC = 10 \times \sin 23° = 10 \times 0.3907 = 3.907 \fallingdotseq 3.9\ (\text{m})$

また，$\cos 23° = \frac{AC}{10}$ より

$AC = 10 \times \cos 23° = 10 \times 0.9205 = 9.205 \fallingdotseq 9.2\ (\text{m})$

例題 2 右の図のように，長さ 4m のはしご AB が壁に立てかけてある。はしごと地面のつくる角度が 63° であるとき，はしごの先端と地面との距離 BC と，はしごの下端と壁との距離 AC を，四捨五入してそれぞれ小数第 1 位まで求めなさい。



解 $\sin 63° = \frac{BC}{AB}$ より　$BC = AB \times \sin 63°$

$AB = 4$，$\sin 63° = 0.8910$ であるから

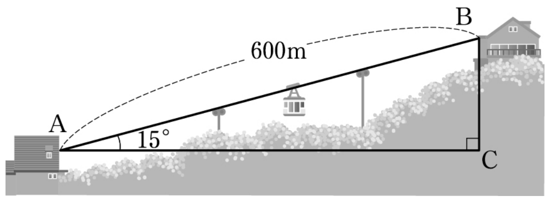
$BC = AB \times \sin 63° = 4 \times 0.8910 = 3.5640 \fallingdotseq 3.6$ (m)

$\cos 63° = \frac{AC}{AB}$ より　$AC = AB \times \cos 63°$

$AB = 4$，$\cos 63° = 0.4540$ であるから

$AC = AB \times \cos 63° = 4 \times 0.4540 = 1.8160 \fallingdotseq 1.8$ (m)

問 13 右の図のように，傾斜角が 15° で，2 地点 A，B 間の距離が 600m のロープウエーがある。次の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。



(1)　2 地点 A，B の標高差 BC

$\sin 15° = \frac{BC}{AB}$ より

$BC = AB \times \sin 15°$

$AB = 600$，$\sin 15° = 0.2588$ であるから

$BC = AB \times \sin 15° = 600 \times 0.2588$

$= 155.28$

$\fallingdotseq 155.3$ (m)

(2)　2 地点 A，B の水平距離 AC

$\cos 15° = \frac{AC}{AB}$ より

$AC = AB \times \cos 15°$

$AB = 600$，$\cos 15° = 0.9659$ であるから

$AC = AB \times \cos 15° = 600 \times 0.9659$

$= 579.54$

$\fallingdotseq 579.5$ (m)

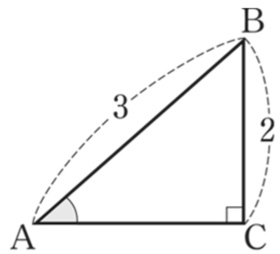
例 10 右の図の直角三角形 ABC で

$\sin A = \frac{2}{3} = 0.6666\cdots$

よって，この値に最も近くなる

∠A の大きさは，三角比の表より

$\angle A \fallingdotseq 42°$



問 14 三角比の表を用いて，次の式を満たす ∠A の大きさを求めなさい。

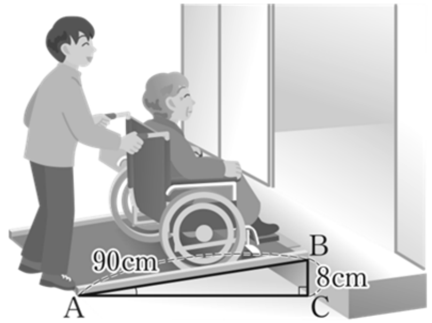
(1)　$\sin A = 0.9659$

$\angle A = 75°$

(2)　$\cos A = 0.9205$

$\angle A = 23°$

問 15 右の図で，入り口との段差が BC = 8cm，スロープの長さが AB = 90cm であった。このとき，∠BAC はおよそ何度か求めなさい。



スロープと地面のなす角 ∠BAC の大きさを A とすると

$\sin A = \frac{8}{90} = 0.0888\cdots$

よって，この値に最も近くなる ∠BAC の大きさは，三角比の表より

$\angle BAC \fallingdotseq 5°$

5 三角比の相互関係

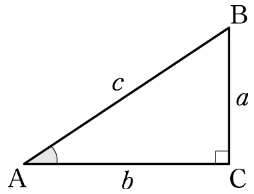
（教科書 p.96）

右の図の直角三角形 ABC で

$a = c\sin A$ ……①

$b = c\cos A$ ……②

であるから



$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{c\sin A}{c\cos A} = \frac{\sin A}{\cos A}$

また，三平方の定理により　$a^2 + b^2 = c^2$

これと①，②より　$(c\sin A)^2 + (c\cos A)^2 = c^2$

$c^2(\sin A)^2 + c^2(\cos A)^2 = c^2$

両辺を c^2 でわると　$(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

これからは，$(\sin A)^2$ を $\sin^2 A$，$(\cos A)^2$ を $\cos^2 A$ と書くことにする。よって，次の関係式が成り立つ。

三角比の相互関係
$\boldsymbol{\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}}$　　$\boldsymbol{\sin^2 A + \cos^2 A = 1}$

例題 3 $\cos A = \frac{2}{3}$ のとき，$\sin A$，$\tan A$ の値を求めなさい。

解 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ であるから

$\sin^2 A + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$

$\sin^2 A = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

$\sin A > 0$ であるから　$\sin A = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

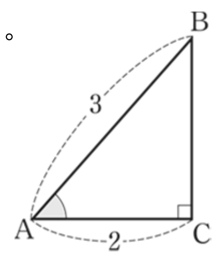
また，$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \sin A \div \cos A$ より

$\tan A = \frac{\sqrt{5}}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

例題３は，次のように図をかいて考えることもできる。

$\cos A = \frac{2}{3}$ であるから，AB = 3，AC = 2 の直角三角形 ABC をかく。

この △ABC で，三平方の定理により



$2^2 + \mathrm{BC}^2 = 3^2$

$\mathrm{BC}^2 = 3^2 - 2^2 = 5$

$\mathrm{BC} > 0$ であるから　$\mathrm{BC} = \sqrt{5}$

よって　$\sin A = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$，$\tan A = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

問 16 次の三角比の値を求めなさい。

（1） $\cos A = \frac{4}{5}$ のとき，$\sin A$，$\tan A$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ であるから

$$\sin^2 A + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 A = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{16}{25}$$

$$= \frac{9}{25}$$

$\sin A > 0$ であるから

$$\sin A = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

また，

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \sin A \div \cos A$$

より

$$\tan A = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

（2） $\sin A = \frac{3}{4}$ のとき，$\cos A$，$\tan A$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ であるから

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{9}{16}$$

$$= \frac{7}{16}$$

$\cos A > 0$ であるから

$$\cos A = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

また，

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \sin A \div \cos A$$

より

$$\tan A = \frac{3}{4} \div \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{7}}$$

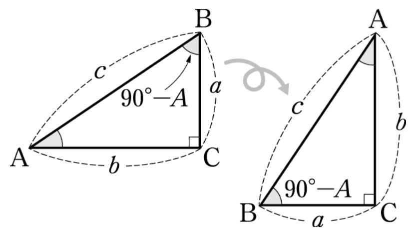
90° ーAの三角比

（教科書 p.97）

右の図の直角三角形 ABC において

$\sin A=\frac{a}{c}$， $\cos A=\frac{b}{c}$

$\sin B=\frac{b}{c}$， $\cos B=\frac{a}{c}$



よって，$\sin B=\cos A$，$\cos B=\sin A$ であることがわかる。

$B=90°-A$ であるから，次の関係式が成り立つ。

90° − A の三角比
$\boldsymbol{\sin(90°-A)=\cos A,\qquad \cos(90°-A)=\sin A}$

例 11 $65°=90°-25°$ であるから

$\sin 65°=\sin(90°-25°)=\cos 25°$

$\cos 65°=\cos(90°-25°)=\sin 25°$

問 17 次の三角比を，45° 以下の角の三角比で表しなさい。

(1) $\sin 85°$

$\sin 85°=\sin(90°-5°)=\cos 5°$

(2) $\cos 55°$

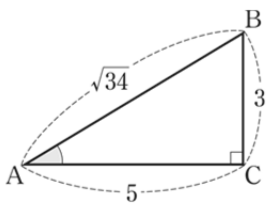
$\cos 55°=\cos(90°-35°)=\sin 35°$

復 習 問 題

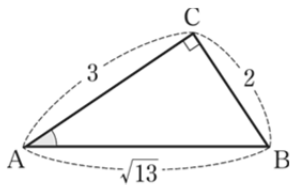
（教科書 p.98）

1 次の図で，$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$ の値を求めなさい。

(1)



(2)

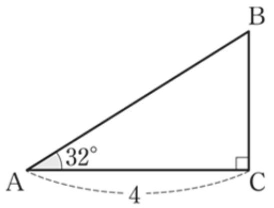


(1) $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{\sqrt{34}}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{5}{\sqrt{34}}$，$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{5}$

(2) $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{\sqrt{13}}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{\sqrt{13}}$，$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{2}{3}$

2 次の図で，BC の長さを，四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。

(1)



$\tan 32^\circ=\frac{BC}{4}$

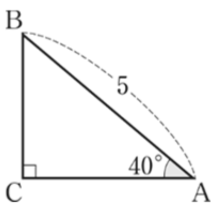
より

$BC=4\times\tan 32^\circ=4\times0.6249$

$=2.4996$

$\fallingdotseq 2.5$

(2)



$\sin 40^\circ=\frac{BC}{5}$

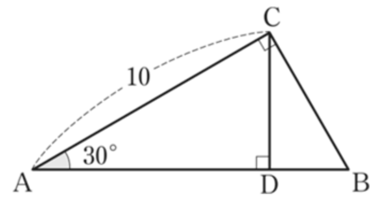
より

$BC=5\times\sin 40^\circ=5\times0.6428$

$=3.214$

$\fallingdotseq 3.2$

3 右の図で，次の長さを求めなさい。



(1) AD

$\cos 30^\circ=\frac{AD}{10}$

より

$AD=10\times\cos 30^\circ$

$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=5\sqrt{3}$

(2) CD

$\sin 30^\circ=\frac{CD}{10}$

より

$CD=10\times\sin 30^\circ$

$=10\times\frac{1}{2}$

$=5$

(3) BD

$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ より

$\angle BCD=30^\circ$

$\tan 30^\circ=\frac{BD}{CD}$

より

$BD=CD\times\tan 30^\circ$

$CD=5$ であるから

$BD=5\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

4 次の三角比の値を求めなさい。

(1) $\sin A=\frac{1}{3}$のとき，$\cos A$，$\tan A$

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ であるから

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2+\cos^2 A=1$$

$$\cos^2 A=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$=1-\frac{1}{9}$$

$$=\frac{8}{9}$$

$\cos A>0$ であるから

$$\cos A=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

また，$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\sin A\div\cos A$ より

$$\tan A=\frac{1}{3}\div\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

(2) $\cos A=\frac{2}{5}$のとき，$\sin A$，$\tan A$

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ であるから

$$\sin^2 A+\left(\frac{2}{5}\right)^2=1$$

$$\sin^2 A=1-\left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$=1-\frac{4}{25}$$

$$=\frac{21}{25}$$

$\sin A>0$ であるから

$$\sin A=\sqrt{\frac{21}{25}}=\frac{\sqrt{21}}{5}$$

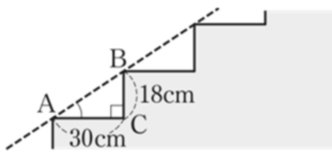
また，$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\sin A\div\cos A$ より

$$\tan A=\frac{\sqrt{21}}{5}\div\frac{2}{5}$$

$$=\frac{\sqrt{21}}{5}\times\frac{5}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{21}}{2}$$

5 右の図のような階段で，∠BAC はおよそ何度か求めなさい。



$\tan A=\frac{18}{30}=0.6$

よって，この値に最も近くなる∠BAC の大きさは，三角比の表より

∠BAC ≒ 31°