

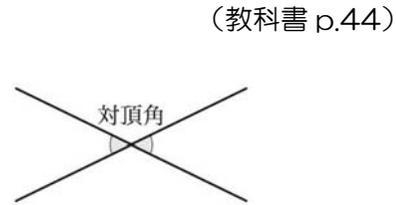
# 1節 三角形の性質

## 1 三角形と角

### 平行線と角

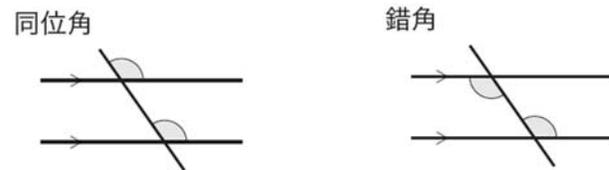
2つの直線が交わる時、次の性質が成り立つ。

対頂角の性質
対頂角は等しい。



平行な2直線に1つの直線が交わる時、次の性質が成り立つ。

平行線の性質
[1] 同位角は等しい。 [2] 錯角は等しい。

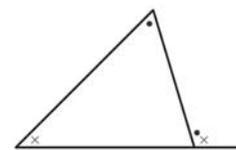


### 三角形の角

三角形の内角と外角について、次の性質が成り立つ。

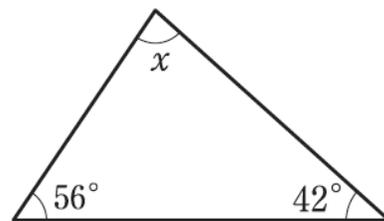
三角形の内角、外角の性質
[1] 三角形の内角の和は $180^\circ$ である。 [2] 三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しい。

(教科書 p.44)

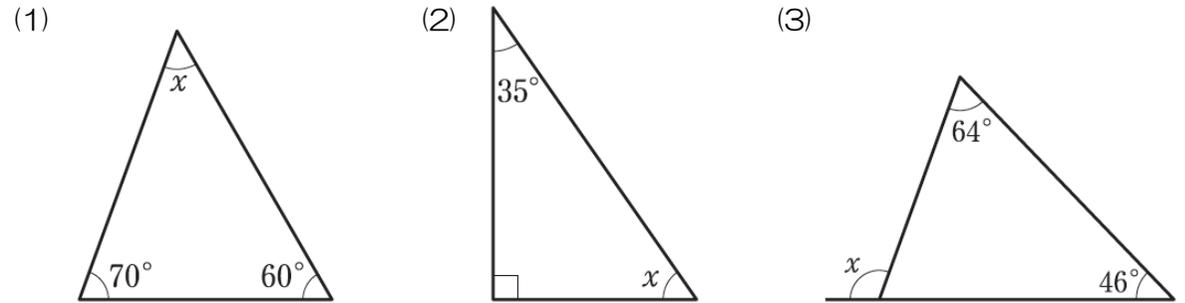


例1 右の図で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  であるから

$$x = 180^\circ - (56^\circ + 42^\circ) = 82^\circ$$



問1 次の図で、 $x$  の値を求めなさい。



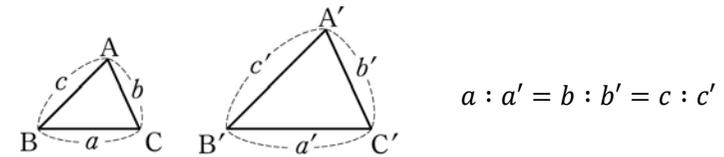
### 三角形の相似

(教科書 p.45)

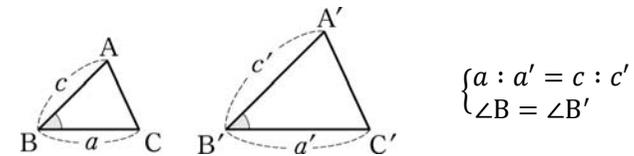
#### 三角形の相似条件

2つの三角形は、次のどれかが成り立つとき相似である。

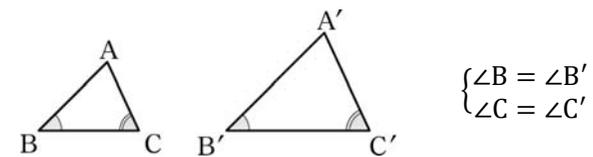
[1] 3組の辺の比がすべて等しい。



[2] 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。



[3] 2組の角がそれぞれ等しい。



$\triangle ABC$  と  $\triangle A'B'C'$  が相似であることを  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$  とかく。

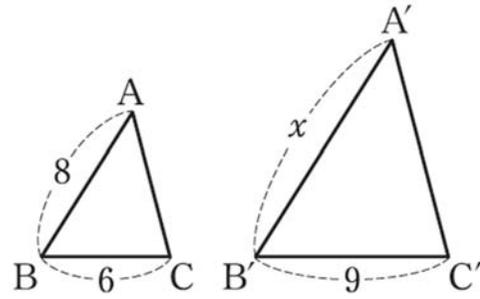
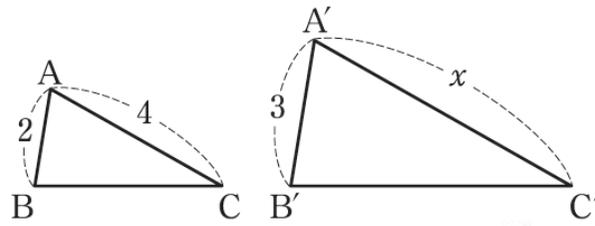
相似な三角形では、対応する辺の長さの比はすべて等しく、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

**例 2** 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$  であるとき、

$AB : A'B' = AC : A'C'$  より

これを解いて

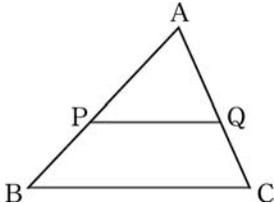
**問 2** 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$  であるとき、 $x$  の値を求めなさい。



## 2 三角形と比

(教科書 p.46)

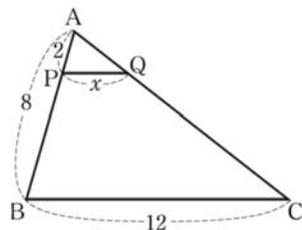
三角形と比について、次の性質がある。

三角形と比	
$\triangle ABC$ の辺 AB, AC 上の点をそれぞれ P, Q とする。 [1] $PQ \parallel BC$ ならば $AP : AB = AQ : AC = PQ : BC$ $AP : PB = AQ : QC$ [2] $AP : AB = AQ : AC$ ならば $PQ \parallel BC$ [3] $AP : PB = AQ : QC$ ならば $PQ \parallel BC$	

**例3** 次の図で、 $PQ \parallel BC$  であるときの  $x$  の値を求めてみよう。

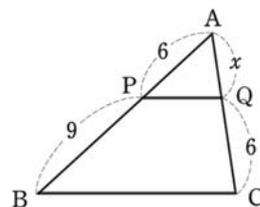
(1) 右の図で、 $PQ \parallel BC$  であるとき

$$AP : AB = PQ : BC$$

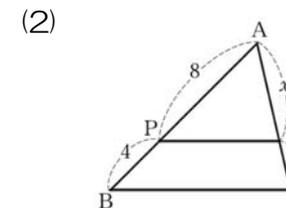
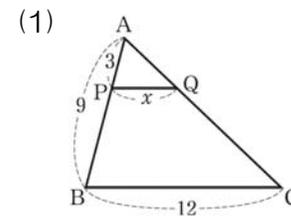


(2) 右の図で、 $PQ \parallel BC$  であるとき

$$AP : PB = AQ : QC$$



**問3** 次の図で、 $PQ \parallel BC$  であるとき、 $x$  の値を求めなさい。



### 中点連結定理

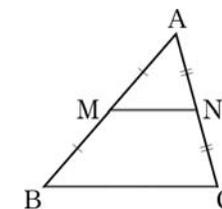
(教科書 p.47)

三角形と比の性質から、次の( ) が成り立つ。

#### 中点連結定理

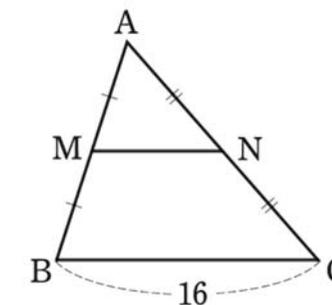
$\triangle ABC$  の辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とすると

$$MN \parallel BC, \quad MN = \frac{1}{2} BC$$

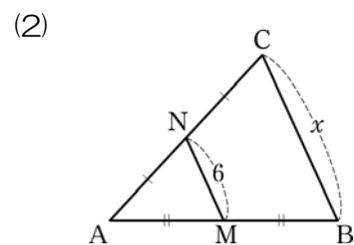
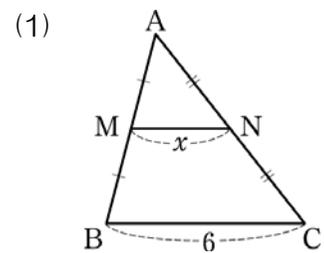


**例4** 右の図の  $\triangle ABC$  で、M, N をそれぞれ辺 AB, AC の中点とすると

MN =  
 ここで、 $BC = 16$  であるから  
 MN =

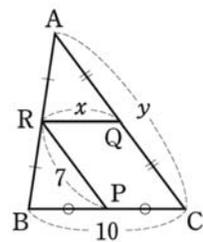


**問4** 次の図の△ABCで、M、Nをそれぞれ辺AB、ACの中点とすると、 $x$ の値を求めなさい。



**問5** 右の図の△ABCで、P、Q、Rはそれぞれ辺BC、CA、ABの中点である。

(1)  $x$ の値を求めなさい。



(2)  $y$ の値を求めなさい。

### 3 三角形の重心・外心・内心

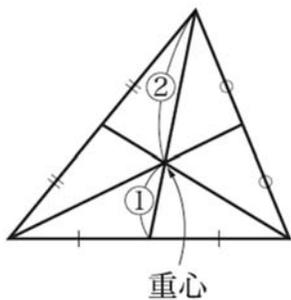
#### 三角形の重心

(教科書 p.48)

三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を (1) ) という。

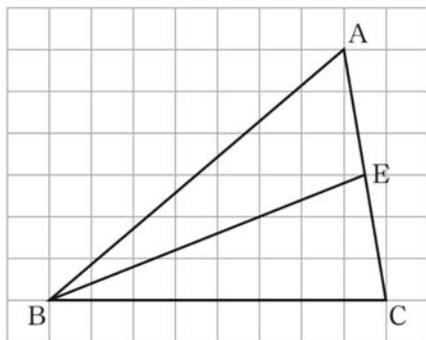
三角形の3本の中線は1点で交わる。この点をその三角形の (2) ) という。

重心について、次のことが成り立つ。



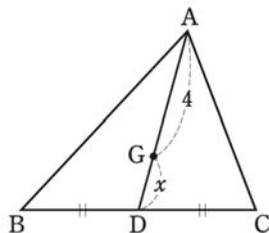
三角形の重心
[1] 三角形の3本の中線は1点で交わる。 [2] 重心は、それぞれの中線を2:1に分ける。

問6 次の図において、辺ACの中点をEとすると、 $\triangle ABC$ の重心を求めなさい。

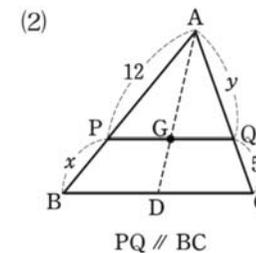
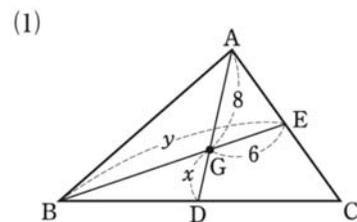


例5 右の図の $\triangle ABC$ で、点Gが重心であるとすると

$AG : GD =$



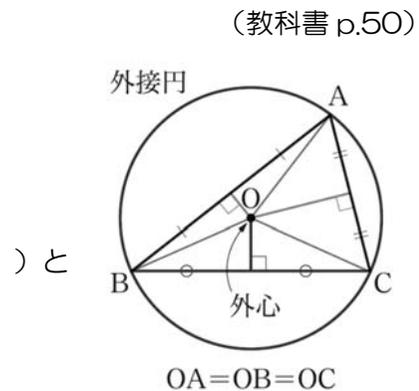
問7 次の図で、点Gは $\triangle ABC$ の重心である。 $x, y$ の値を求めなさい。



**三角形の外心**

右の図の△ABCで、2辺AB、ACの垂直二等分線の交点をOとする。

点Oは3つの頂点から等距離にあるので、Oを中心としてOAを半径とする円は3つの頂点を通る。この円を△ABCの(3) )といい、中心Oを△ABCの(4) )という。



)と

三角形の外心
三角形の3辺の垂直二等分線は1点で交わる。

**例6** 右の図で、点Oが△ABCの外心であるとき、∠BACの大きさを求めてみよう。

点Oが△ABCの外心であるから

$$OA = OB = OC$$

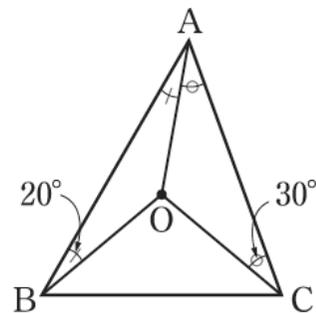
よって、△OAB、△OACは二等辺三角形となり

$$\angle OAB = \angle OBA =$$

$$\angle OAC = \angle OCA =$$

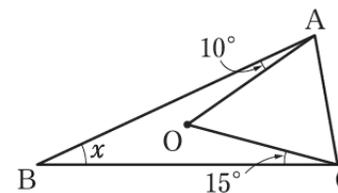
したがって

$$\angle BAC =$$

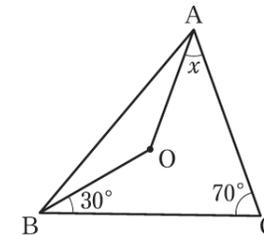


**問8** 次の図で、点Oは△ABCの外心である。xの値を求めなさい。

(1)



(2)

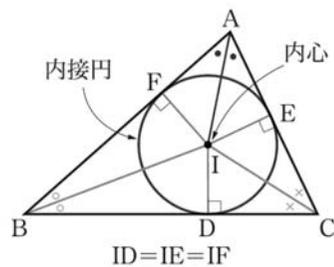


**三角形の内心**

(教科書 p.51)

右の図の  $\triangle ABC$  で、 $\angle B$ 、 $\angle C$  の二等分線の交点を  $I$  とし、 $I$  から辺  $BC$ 、 $CA$ 、 $AB$  にそれぞれ垂線  $ID$ 、 $IE$ 、 $IF$  を引く。

点  $I$  は 3 辺から等距離にあるので、 $I$  を中心として  $ID$  を半径とする円は 3 辺に接する。この円を  $\triangle ABC$  の (5) といい、中心  $I$  を  $\triangle ABC$  の (6) という。



三角形の内心
三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。

**例 7** 右の図で、点  $I$  が  $\triangle ABC$  の内心であるとき、 $\angle BAC$  の大きさを求めてみよう。

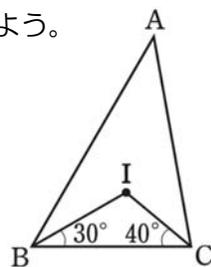
$IB$ 、 $IC$  はそれぞれ  $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$  の二等分線であるから

$\angle ABC =$

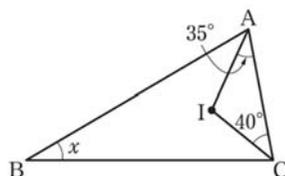
$\angle ACB =$

三角形の内角の和は  $180^\circ$  であるから

$\angle BAC =$

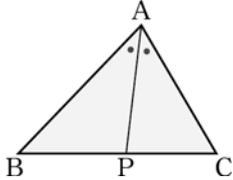


**問 9** 右の図で、点  $I$  は  $\triangle ABC$  の内心である。 $x$  の値を求めなさい。



### 4 角の二等分線と線分の比

(教科書 p.52)

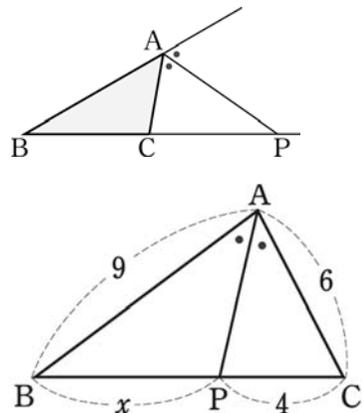
角の二等分線と線分の比  $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の二等分線と対辺 $BC$ の交点を $P$ とすると $BP : PC = AB : AC$	
---	--

$\triangle ABC$  で、頂点  $A$  における外角の二等分線と対辺  $BC$  の延長の交点を  $P$  としても、次の式は成り立つ。

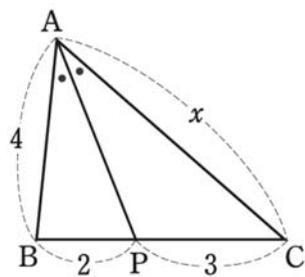
$$BP : PC = AB : AC$$

**例 8** 右の図で、 $AP$  を  $\angle A$  の二等分線とすると、 $x$  の値を求めよう。

$AP$  を  $\angle A$  の二等分線とすると



**問 10** 右の図で、 $AP$  は  $\angle A$  の二等分線である。 $x$  の値を求めなさい。

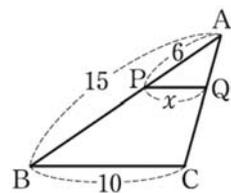


復習問題

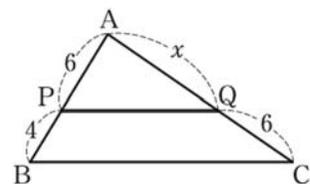
(教科書 p.53)

1 次の図で、 $PQ \parallel BC$  であるとき、 $x$  の値を求めなさい。

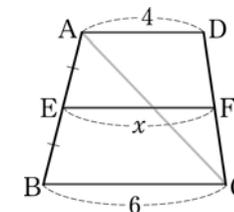
(1)



(2)

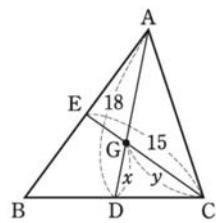


2 右の図で、四角形 ABCD は  $AD \parallel BC$  の台形である。また、点 E は辺 AB の中点で、 $EF \parallel AD$  である。 $x$  の値を求めなさい。

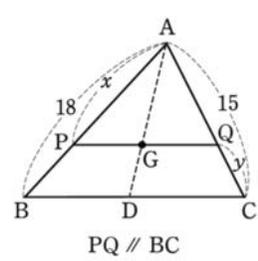


3 次の図で、点Gは△ABCの重心である。 $x$ 、 $y$ の値を求めなさい。

(1)

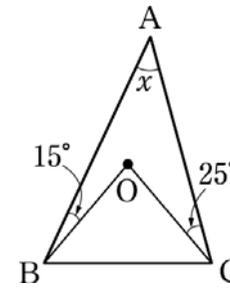


(2)



4 次の図で、点O、Iはそれぞれ△ABCの外心、内心である。 $x$ の値を求めなさい。

(1)



(2)

