

[Level Up]

(教科書 p.102)

1 5桁の正の整数 $54a1b$ が 72 で割り切れるように、百の位の数 a および一の位の数 b を定めよ。

3 $\frac{n}{18}, \frac{900}{n}$ がともに整数になるような自然数 n をすべて求めよ。

4 次の等式を満たす整数 a, b の組をすべて求めよ。

(1) $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$

2 $30! = 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$ について、次の問に答えよ。

(1) $30!$ を素因数分解したとき、素因数 2, 3, 5 の指数をそれぞれ求めよ。

(2) $2ab - 6a + b + 3 = 0$

(2) $30!$ は一の位から続けていくつの 0 が並ぶか答えよ。

5 $m^2 - n^2 = 8$ を満たす正の整数 m, n の組を求めよ。

7 3つの整数 21, 35, n の最大公約数は 7, 最小公倍数は 315 である。このとき, n を求めよ。ただし, $n < 100$ とする。

8 和が 54, 最大公約数が 6 である 2つの正の整数の組をすべて求めよ。

6 $\frac{24}{245}$ と $\frac{54}{175}$ に同じ有理数 a を掛けるとどちらも正の整数となる。このような有理数 a のうち最小のものを求めよ。

9 積が 1215, 最小公倍数が 135 である 2 つの正の整数の組をすべて求めよ。

10 n が整数のとき, $n(n+1)(2n+1)$ は 6 の倍数であることを証明せよ。

11 10807 と 16160 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

- 12 ある遊園地の入場料は大人 2100 円，子ども 1500 円である。大人と子どもが何人かずつで入ったところ，入場料の合計が 36000 円であった。大人と子どもそれぞれ何人ずつ入ったと考えられるか。ただし，子どもだけでは入らなかったものとする。

13 次の不定方程式のすべての整数解を求めよ。

(1) $113x + 41y = 1$

(2) $113x + 41y = 3$

14 3つの正の整数 x, y, z が $2x + 3y + 5z = 20$ を満たしているとき、次の問に答えよ。

(1) z は3以下の正の整数であることを示せ。

(2) このような正の整数 x, y, z の組をすべて求めよ。

16 $\frac{2}{3}$ より大きく1より小さい既約分数 $\frac{7}{n}$ が有限小数となるような正の整数 n をすべて求めよ。

17 $\frac{1}{7}$ を小数で表したときの小数第100位の数字を求めよ。

15 9進法で表すと2桁の数 $ab_{(9)}$ となる整数を7進法で表すと2桁の数 $ba_{(7)}$ となった。この整数を10進法で表せ。

課題学習 目付字

(教科書 p.104)

江戸時代の数学書である『勘者御伽雙紙』には、「桜の目付字」という遊びが紹介されている。「桜の目付字」は2進法の考え方をういた文字当て遊びである。右下は、実際に『勘者御伽雙紙』に収録されている図である。読みやすくしたものを巻末に載せた。以下の手順で遊んでみよう。

- 1 2人1組になり、相手に以下の和歌の31文字の中から1文字を覚えてもらう。

さくらぎの ふみやいつれと おほろけも
はなにありしを かすへてそうる

- 2 巻末にある図を用いて、覚えた文字が、1～5の5本ある枝のそれぞれにおいて、花にあるか葉にあるかを教えてもらう。

例 「覚えた文字は、1の枝では花、2の枝では花、3の枝では葉、4の枝では花、5の枝では葉にあります。」

- 3 下の表から、覚えた文字が花にあるという枝に対応する数値を選び、すべて足す。

枝	1	2	3	4	5
数値	2^4	2^3	2^2	2	1

例 覚えた文字が花にあるのは1, 2, 4の枝であるから、表の対応する数値を足して $2^4 + 2^3 + 2 = 26$



『勘者御伽雙紙』 下巻

- 4 和歌の中で、3で求めた数番目の文字が相手の覚えた文字になる。

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰
さくらぎの ふみやいつれと おほろけも
⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝
はなにありしを かすへてそうる

例 和歌の26番目の文字である「す」が相手の覚えた文字になる。

- 課題 ①上の手順で何回か文字当て遊びをしてみよう。
②なぜ文字を当てることができるのか考えてみよう。
③「そ」の文字が1から5のそれぞれの枝について、花にあるか葉にあるか考えてみよう。

[Level Up]

(教科書 p.102)

- 1 5桁の正の整数 $54a1b$ が 72 で割り切れるように、百の位の数 a および一の位の数 b を定めよ。
 $54a1b$ が 72 で割り切れるから、 $54a1b$ は 4 の倍数である。よって、下 2 桁 $1b$ は 4 で割り切れる。
 よって、 $10 + b$ は 4 で割り切れて、 b は 9 以下の整数であるから
 したがって、 $b = 2, 6$
 また、 $54a1b$ は 9 の倍数である。 54000 は 9 の倍数であるから、下 3 桁 $a1b$ は 9 の倍数である。
 よって、 $a + b + 1$ は 9 の倍数である。また、 a は 9 以下の正の整数である。
 (i) より $b = 2$ のとき
 $a + 3$ が 9 の倍数であるから $a = 6$
 このとき 612 は 8 の倍数ではない。
 (ii) $b = 6$ のとき
 $a + 7$ が 9 の倍数であるから $a = 2$
 このとき 216 は 8 の倍数である。
 (i) (ii) より $a = 2, b = 6$

- 2 $30! = 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$ について、次の問に答えよ。
 (1) $30!$ を素因数分解したとき、素因数 2, 3, 5 の指数をそれぞれ求めよ。
 1 から 30 までの自然数の中に 2 の倍数は 15 個、4 の倍数は 7 個 8 の倍数は 3 個、16 の倍数は 1 個ある。 $2 = 2^1, 4 = 2^2, 8 = 2^3, 16 = 2^4$ であるから、 $30!$ に含まれる因数 2 の個数は
 $15 + 7 + 3 + 1 = 26$ (個)
 同様に
 3 の倍数は 10 個、9 の倍数は 3 個 27 の倍数は 1 個あるから、 $30!$ に含まれる因数 3 の個数は
 $10 + 3 + 1 = 14$ (個)
 また
 5 の倍数は 6 個、25 の倍数は 1 個あるから、 $30!$ に含まれる因数 5 の個数は
 $6 + 1 = 7$ (個)
 したがって
 2 の指数は 26, 3 の指数は 14
 5 の指数は 7
 (2) $30!$ は一の位から続けていくつの 0 が並ぶか答えよ。
 (1) より
 $30! = 2^{26} \cdot 3^{14} \cdot 5^7 \cdot n$ (n は 2, 3, 5 のいずれも因数にもたない数の積)
 10 の指数の数だけ 0 が並ぶから
 $30! = 2^{26-7} \cdot 3^{14} \cdot 2^7 \cdot 5^7 \cdot n$
 $= 2^{19} \cdot 3^{14} \cdot 10^7 \cdot n$
 となるから、0 が 7 個並ぶ。

- 3 $\frac{n}{18}, \frac{900}{n}$ がともに整数になるような自然数 n をすべて求めよ。
 $\frac{n}{18}, \frac{900}{n}$ がともに整数になることから、 n は 18 の倍数かつ 900 の約数となればよい。
 $900 = 18 \cdot 2 \cdot 5^2$
 であるから、900 の約数のうち、18 の倍数は
 $18 \cdot 1, 18 \cdot 2, 18 \cdot 5, 18 \cdot 2 \cdot 5, 18 \cdot 5^2, 18 \cdot 2 \cdot 5^2$
 となる。したがって
 $n = 18, 36, 90, 180, 450, 900$
- 4 次の等式を満たす整数 a, b の組をすべて求めよ。
 (1) $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$
 両辺に ab を掛けて変形すると
 $b + 2a = ab$
 $ab - 2a - b = 0$
 $a(b - 2) - b + 2 = 2$
 $(a - 1)(b - 2) = 2$
 a, b は整数であるから、この関係を満たす整数 $a - 1, b - 2$ の組は次の表のようになる。
- | | | | | |
|---------|---|----|---|----|
| $a - 1$ | 1 | -1 | 2 | -2 |
| $b - 2$ | 2 | -2 | 1 | -1 |
- $a \neq 0, b \neq 0$ であるから、整数 a, b の組は
 $(a, b) = (2, 4), (3, 3), (-1, 1)$
- (2) $2ab - 6a + b + 3 = 0$
 $2a(b - 3) + b = -3$
 $2a(b - 3) + (b - 3) = -3 - 3$
 $(2a + 1)(b - 3) = -6 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 a, b は整数であるから、 $2a + 1$ は奇数となる。したがって、 $\textcircled{1}$ の関係を満たす整数 $2a + 1, b - 3$ の組は次の表のようになる。
- | | | | | |
|----------|----|----|----|----|
| $2a + 1$ | 1 | -1 | 3 | -3 |
| $b - 3$ | -6 | 6 | -2 | 2 |
- ここで $2a + 1$ が偶数のときは a は整数にはならない。よって、求める整数 a, b の組は
 $(a, b) = (0, -3), (-1, 9), (1, 1), (-2, 5)$

5 $m^2 - n^2 = 8$ を満たす正の整数 m, n の組を求めよ。

$$m^2 - n^2 = 8$$

$$(m+n)(m-n) = 2^3$$

ここで、 m, n は正の整数であり、 $m^2 - n^2 > 0$

より $m > n$ であるから、 $m-n, m+n$ も正の整数であり

$$m-n < m+n$$

よって、この関係を満たす $m-n$ と $m+n$ の組を求めると、次の表のようになる。

$m-n$	1	2
$m+n$	8	4

(i) $m+n=1, m+n=8$ のとき

$$2m = 9 \text{ より } m = \frac{9}{2}$$

m は正の整数であることから、適さない。

(ii) $m-n=2, m+n=4$ のとき

$$2m = 6$$

$$m = 3$$

よって

$$m = 3, n = 1$$

したがって、正の整数 m, n の組は

$$m = 3, n = 1$$

6 $\frac{24}{245}$ と $\frac{54}{175}$ に同じ有理数 a を掛けるとどちらも正の整数となる。このような有理数 a のうち最小のものを求めよ。

$$a = \frac{m}{n} \quad (m \text{ と } n \text{ は互いに素, } n \neq 0) \text{ とおくと}$$

$$\frac{24}{245}a = \frac{24m}{245n}, \quad \frac{54}{175}a = \frac{54m}{175n}$$

この2つの数がともに正の整数となる時、 m は245と175の正の公倍数、 n は24と54の正の公約数である。

よって、 a が最小となるのは、 m が245と175の最小公倍数、 n が24と54の最大公約数となる時である。

$$245 = 5 \cdot 7^2, \quad 175 = 5^2 \cdot 7 \quad \text{より} \quad m = 5^2 \cdot 7^2 = 1225$$

$$24 = 2^3 \cdot 3, \quad 54 = 2 \cdot 3^3 \quad \text{より} \quad n = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{したがって、求める有理数は} \quad a = \frac{1225}{6}$$

7 3つの整数21, 35, n の最大公約数は7, 最小公倍数は315である。このとき、 n を求めよ。ただし、 $n < 100$ とする。

21, 35, 最小公倍数315をそれぞれ素因数分解すると

$$21 = 3 \cdot 7, \quad 35 = 5 \cdot 7, \quad 315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

よって、 n は3, 5, 7以外の素因数をもたない。

21と35が 3^2 を因数にもたないから、 n は 3^2 を因数にもつ。

したがって

$$n = 3^2 \cdot 7, \quad n = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$n < 100$ であるから

$$n = 3^2 \cdot 7 = 63$$

8 和が54, 最大公約数が6である2つの正の整数の組をすべて求めよ。

求める2つの正の整数を a, b ($a \leq b$) とする。最大公約数が6であるから、互いに素な a', b' ($a' \leq b'$) を用いて

$$a = 6a', \quad b = 6b' \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

と表すことができる。

$$a + b = 54$$

であるから

$$6a' + 6b' = 54$$

$$a' + b' = 9$$

これを満たす互いに素である a' と b' の組は

$$(a', b') = (1, 8), (2, 7), (4, 5)$$

したがって、求める2つの正の整数の組は、 $\textcircled{1}$ より

$$6 \text{ と } 48, \quad 12 \text{ と } 42, \quad 24 \text{ と } 30$$

- 9 積が 1215, 最小公倍数が 135 である 2 つの正の整数の組をすべて求めよ。
 求める 2 つの正の整数を $a, b (a \leq b)$ とする。最大公約数を g , 最小公倍数を l とする。

条件より $ab = 1215, l = 135$

$gl = ab$ であるから

$$135g = 1215$$

よって $g = 9$

したがって, a, b は互いに素である a' と b' の ($a' \leq b'$) を用いて

$$a = 9a', \quad b = 9b' \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

と表すことができる。

$$a + b = 54$$

であるから

$$6a' + 6b' = 54$$

$$a' + b' = 9$$

これを満たす互いに素である a' と b' の組は

$l = a'b'g$ であるから

$$135 = 9a'b'$$

よって $a'b' = 15$

これを満たす互いに素な a', b' の組は

$$(a', b') = (1, 15), (3, 5)$$

したがって, 求める 2 つの正の整数の組は, ①より

$$9 \text{ と } 135, 27 \text{ と } 45$$

- 10 n が整数のとき, $n(n+1)(2n+1)$ は 6 の倍数であることを証明せよ。
 $n(n+1)(2n+1)$ が, 2 の倍数, かつ 3 の倍数 であることを示せばよい。
 (i) $n, n+1$ は連続する 2 つの整数であるから, そのうち 1 つは 2 の倍数である。
 (ii) 整数 n は, 次のいずれかで表すことができる。

$$n = 3k, \quad n = 3k + 1, \quad n = 3k + 2$$

$n = 3k$ のとき, n は 3 の倍数である。

$n = 3k + 1$ のとき

$$2n + 1 = 2(3k + 1) + 1 = 6k + 3 = 3(2k + 1)$$

よって, $2n + 1$ は 3 の倍数である。

$n = 3k + 2$ のとき

$$n + 1 = (3k + 2) + 1 = 3k + 3 = 3(k + 1)$$

よって, $n + 1$ は 3 の倍数である。

したがって, n がいずれのときも, $n, n+1, 2n+1$ のいずれかが 3 の倍数である。

(i), (ii) より, $n(n+1)(2n+1)$ は 6 の倍数である。

- 11 10807 と 16160 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。
 10807 と 16160 の最大公約数を g , 最小公倍数を l とする。

$$16160 \div 10807 \text{ の商は } 1, \text{ 余りは } 5353$$

$$10807 \div 5353 \text{ の商は } 2, \text{ 余りは } 101$$

$$5353 \div 101 \text{ の商 } 53 \text{ で, 割り切れる。}$$

よって

$$g = 101$$

である。ここで

$$101l = 10807 \cdot 16160$$

より

$$l = 10807 \cdot 160 = 1729120$$

したがって

$$\text{最大公約数は } 101$$

$$\text{最小公倍数は } 1729120$$

- 12 ある遊園地の入場料は大人 2100 円，子ども 1500 円である。大人と子どもが何人かずつで入ったところ，入場料の合計が 36000 円であった。大人と子どもそれぞれ何人ずつ入ったと考えられるか。ただし，子どもだけでは入らなかったものとする。

大人の人数を x 人，子どもの人数を y 人とする

$$2100x + 1500y = 36000$$

両辺を 300 で割ると

$$7x + 5y = 120 \quad \dots\dots①$$

$x = 10$ ， $y = 10$ の組は，①の整数解の 1 つである。すなわち

$$7 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 120 \quad \dots\dots②$$

①，②の両辺の差をとると

$$7(x - 10) + 5(y - 10) = 0$$

よって $7(x - 10) = -5(y - 10) \quad \dots\dots③$

7 と 5 は互いに素であるから， $x - 10$ は 5 の倍数である。

よって $x - 10 = 5n$ (n は整数) とおける。これを③に代入して変形すると

$$y - 10 = -7n$$

したがって，すべての整数解は

$$\begin{cases} x = 5n + 10 \\ y = -7n + 10 \end{cases} \quad (n \text{ は整数})$$

$x > 0$ ， $y \geq 0$ を満たす整数解は， $-2 < n < \frac{10}{7}$ より

$n = -1$ のとき

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 17 \end{cases}$$

$n = 0$ のとき

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases}$$

$n = 1$ のとき

$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 3 \end{cases}$$

したがって，入った人数は次のいずれかである。

- 大人 5 人と子ども 17 人，
- 大人 10 人と子ども 10 人，
- 大人 15 人と子ども 3 人

[別解]

(5 行目まで同じ)

①より

$$5y = 120 - 7x$$

$$y = 24 - \frac{7}{5}x \quad \dots\dots④$$

$y \geq 0$ より

$$24 - \frac{7}{5}x \geq 0$$

よって

$$0 < x \leq 17.14\dots$$

また， y は正の整数であるから，④より x は 5 の倍数である。したがって

$x = 5, 10, 15$

$x = 5$ のとき $y = 17$

$x = 10$ のとき $y = 10$

$x = 15$ のとき $y = 3$

したがって，入った人数は次のいずれかである。

- 大人 5 人と子ども 17 人，
- 大人 10 人と子ども 10 人，
- 大人 15 人と子ども 3 人

13 次の不定方程式のすべての整数解を求めよ。

(1) $113x + 41y = 1$ ……①

ユークリッドの互除法により、

$113 \div 41$ の商は 2, 余りは 31 ……②

$41 \div 31$ の商は 1, 余りは 10 ……③

$31 \div 10$ の商は 3, 余りは 1 ……④

$10 \div 1$ の商は 10 で、割り切れる。

よって、113 と 41 は、最大公約数が 1 より、互いに素である。

除法の性質を用いて、②, ③, ④の関係を表すと

$113 = 41 \times 2 + 31$ ……⑤

$41 = 31 \times 1 + 10$ ……⑥

$31 = 10 \times 3 + 1$ ……⑦

⑤より $113 - 41 \times 2 = 31$ ……⑧

⑥より $41 - 31 \times 1 = 10$ ……⑨

⑦より $31 - 10 \times 3 = 1$ ……⑩

⑩に⑨を代入して

$31 - (41 - 31 \times 1) \times 3 = 1$

$31 \times 4 - 41 \times 3 = 1$ ……⑪

⑪に⑧を代入して

$(113 - 41 \times 2) \times 4 - 41 \times 3 = 1$

整理して

$113 \cdot 4 + 41 \cdot (-11) = 1$ ……⑫

①, ⑫の両辺の差をとると

$113(x - 4) + 41(y + 11) = 0$

よって $113(x - 4) = -41(y + 11)$ ……⑬

113 と 41 は互いに素であるから、 $x - 4$ は 41 の倍数である。

よって $x - 4 = 41n$ (n は整数)

とおける。これを⑬に代入して変形すると

$y + 11 = -113n$

したがって、すべての整数解は

$$\begin{cases} x = 41n + 4 \\ y = -113n - 11 \end{cases} \quad (n \text{ は整数})$$

(2) $113x + 41y = 3$ ……⑭

(1)の⑫より

$113 \cdot 4 + 41 \cdot (-11) = 1$

この式の両辺に 3 を掛けて

$113 \cdot 12 + 41 \cdot (-33) = 3$ ……⑮

⑭, ⑮の両辺の差をとると

$113(x - 12) + 41(y + 33) = 0$

よって $113(x - 12) = -41(y + 33)$ ……⑯

113 と 41 は互いに素であるから、 $x - 12$ は 41 の倍数である。

よって $x - 12 = 41n$ (n は整数)

とおける。これを⑯に代入して変形すると

$y + 33 = -113n$

したがって、すべての整数解は

$$\begin{cases} x = 41n + 12 \\ y = -113n - 33 \end{cases} \quad (n \text{ は整数})$$

14 3つの正の整数 x, y, z が $2x + 3y + 5z = 20$ を満たしているとき、次の間に答えよ。

(1) z は 3 以下の正の整数であることを示せ。

$2x + 3y + 5z = 20$ より

$5z = 20 - 2x - 3y = 20 - (2x + 3y)$

$x \geq 1, y \geq 1$ より $2x + 3y \geq 5$ であるから

$5z \leq 15$ よって $1 \leq z \leq 3$

(2) このような正の整数 x, y, z の組をすべて求めよ。

(1)より $z = 1, 2, 3$

(i) $z = 1$ のとき

$2x + 3y = 15$ となり $3y = 15 - 2x$

$x \geq 1$ より $3y \leq 13$ であるから

$1 \leq y \leq 4$ よって $y = 1, 2, 3, 4$

$y = 1$ のとき $x = 6$

$y = 2$ のとき $x = \frac{9}{2}$ となり、適さない。

$y = 3$ のとき $x = 3$

$y = 4$ のとき $x = \frac{3}{2}$ となり、適さない。

よって

$(x, y, z) = (6, 1, 1), (3, 3, 1)$

(ii) $z = 2$ のとき

$$2x + 3y = 10 \quad \text{となり} \quad 3y = 10 - 2x$$

$$x \geq 1 \quad \text{より} \quad 3y \leq 8 \quad \text{であるから}$$

$$1 \leq y \leq 2 \quad \text{よって} \quad y = 1, 2$$

$$y = 1 \quad \text{のとき} \quad x = \frac{7}{2} \quad \text{となり, 適さない。}$$

$$y = 2 \quad \text{のとき} \quad x = 2$$

$$\text{よって} \quad (x, y, z) = (2, 2, 2)$$

(iii) $z = 3$ のとき

$$2x + 3y = 5 \quad \text{となり} \quad 3y = 5 - 2x$$

$$x \geq 1 \quad \text{より} \quad 3y \leq 3 \quad \text{であるから}$$

$$y = 1$$

$$y = 1 \quad \text{のとき} \quad x = 1$$

$$\text{よって} \quad (x, y, z) = (1, 1, 3)$$

したがって, (i)~(iii)より, 求める組は

$$(x, y, z) = (1, 1, 3), (2, 2, 2), (3, 3, 1), (6, 1, 1)$$

- 15 9進法で表すと2桁の数 $ab_{(9)}$ となる整数を7進法で表すと2桁の数 $ba_{(7)}$ となった。この整数を10進法で表せ。

7で進法で表すと ba となることから, a, b は整数で

$$1 \leq a \leq 6, \quad 1 \leq b \leq 6 \quad \text{……①}$$

次に $ab_{(9)}, ba_{(7)}$ をそれぞれ10進法で表すと

$$ab_{(9)} = a \times 9 + b \quad \text{……②}$$

$$ba_{(7)} = b \times 7 + a$$

これらは等しいから

$$9a + b = 7b + a$$

$$8a = 6b$$

$$4a = 3b$$

4と3は互いに素である。よって, b は4の倍数である。①の範囲より

$$b = 4$$

$$\text{よって} \quad 4a = 3 \times 4$$

$$a = 3$$

$$\text{②に代入して} \quad 3 \times 9 + 4 = 31$$

- 16 $\frac{2}{3}$ より大きく1より小さい既約分数 $\frac{7}{n}$ が有限小数となるような正の整数 n をすべて求めよ。

条件より

$$\frac{2}{3} < \frac{7}{n} < 1$$

分子を, 2と7の最小公倍数14にそろえると

$$\frac{14}{21} < \frac{14}{2n} < \frac{14}{14}$$

よって

$$21 > 2n > 14$$

$$7 < n < \frac{21}{2}$$

有限小数となる既約分数の分母の素因数は2と5だけであるから

$$n = 8, 10$$

- 17 $\frac{1}{7}$ を小数で表したときの小数第100位の数字を求めよ。

$$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$$

であるから6桁ごとに同じ数が現れる。

100を6で割った余りを求めると

$$100 = 6 \times 16 + 4$$

$$= 96 + 4$$

よって, 小数第6位が7だから, 小数第96位も7である。

したがって, 小数第100位は循環節の4番目の数字で8である。

課題学習 目付字

(教科書 p.104)

江戸時代の数学書である『勘者御伽雙紙』には、「桜の目付字」という遊びが紹介されている。「桜の目付字」は2進法の考え方をういた文字当て遊びである。右下は、実際に『勘者御伽雙紙』に収録されている図である。読みやすくしたものを巻末に載せた。以下の手順で遊んでみよう。

- ① 2人1組になり、相手に以下の和歌の31文字の中から1文字を覚えてもらう。

さくらぎの ふみやいつれと おほろけも
はなにありしを かすへてそうる

- ② 巻末にある図を用いて、覚えた文字が、1～5の5本ある枝のそれぞれにおいて、花にあるか葉にあるかを教えてもらう。

例 「覚えた文字は、1の枝では花、2の枝では花、3の枝では葉、4の枝では花、5の枝では葉にあります。」

- ③ 下の表から、覚えた文字が花にあるという枝に対応する数値を選び、すべて足す。

枝	1	2	3	4	5
数値	2^4	2^3	2^2	2	1

例 覚えた文字が花にあるのは1, 2, 4の枝であるから、表の対応する数値を足して $2^4 + 2^3 + 2 = 26$



『勘者御伽雙紙』 下巻

- ④ 和歌の中で、③で求めた数番目の文字が相手の覚えた文字になる。

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰
さくらぎの ふみやいつれと おほろけも
⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝
はなにありしを かすへてそうる

例 和歌の26番目の文字である「す」が相手の覚えた文字になる。

課題 ① 上の手順で何回か文字当て遊びをしてみよう。

② なぜ文字を当てることができるのか考えてみよう。

③ 「そ」の文字が1から5のそれぞれの枝について、花にあるか葉にあるか考えてみよう。

① ① 「は」を覚えたとする。

② ② 「は」は

1の枝では花、2の枝では葉、

3の枝では葉、4の枝では花、

5の枝では葉

にある。

③ ③ $10010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 = 18$

④ ④ 18番目の文字は、確かに「は」となっている。

② ③ によって、1つの文字を00001から11111までに対応させることができる。

5桁の2進法で表される数 $00001_{(2)}$ から $11111_{(2)}$ は、10進法では1から31までの数を表すことができる。

したがって、異なる31個の文字をそれぞれの数に1つだけ対応させることによって、覚えた文字を当てることができる。

③ 「そ」の29番目の文字である。29を2進法で表すと $11101_{(2)}$ となる。したがって

1の枝では花、2の枝では花、

3の枝では花、4の枝では葉、

5の枝では花

にある。