3節　ベクトルの応用

1 位置ベクトル

位置ベクトル

（教科書 p.50）

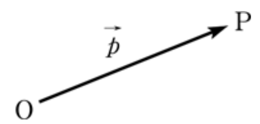
平面上に基準となる点 O をとると，平面上の点 P の位置は，ベクトル

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$$

によって定まる。このとき，$\vec{p}$ を点 O を基準とする点 P の
（① 　　　　　　　　　　）という。

点 P の位置ベクトルが $\vec{p}$ であることを $\mathrm{P}(\vec{p})$ と表す。

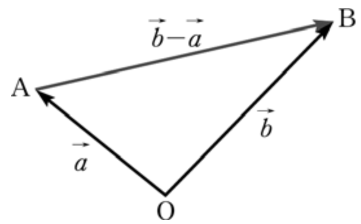
◀基準となる点 O は，どこにとってもよい。



2 点 A，B の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ とすると，
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ であるから

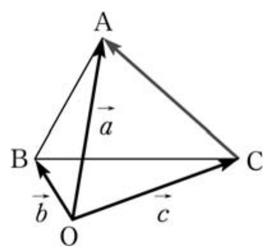
$$\overrightarrow{\mathbf{AB}}=\vec{\boldsymbol{b}}-\vec{\boldsymbol{a}}$$

となる。



例1 3 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ を頂点とする△ ABC において

$\overrightarrow{\mathrm{CA}}=$



問1 例 1 で，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表しなさい。

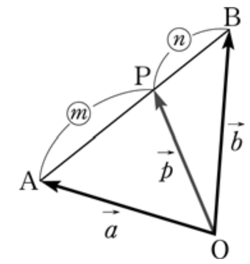
(1)　$\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

線分を分ける点の位置ベクトル

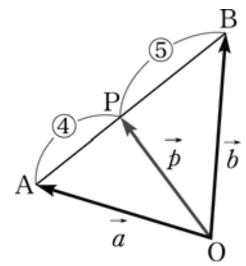
（教科書 p.63）

線分を分ける点の位置ベクトル
2 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に分ける点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は $\vec{\boldsymbol{p}}=\dfrac{\boldsymbol{n}\vec{\boldsymbol{a}}+\boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{b}}}{\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}}$ とくに，線分 AB の中点の位置ベクトルは $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$　◀ $m=1$，$n=1$



例2 2 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を 4 : 5 に分ける点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ は，

$\vec{p}=$



問2 2 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を次の比に分ける点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$ で表しなさい。

(1)　4 : 3

(2)　1 : 2

(3)　1 : 1

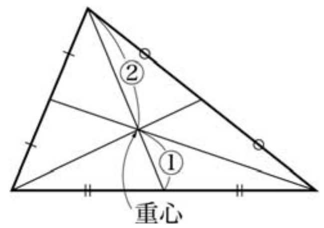
三角形の重心の位置ベクトル

（教科書 p.64）

三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を（② ）という。

三角形の 3 本の中線は 1 点で交わる。この点を（③ ）という。

重心は，3 本の中線をそれぞれ 2：1 に分ける。



△ ABC の頂点 A，B，C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ として，その重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表してみよう。

辺 BC の中点 M の位置ベクトルを $\vec{m}$ とすると

$$\vec{m}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2} \qquad \cdots\cdots①$$

重心 G は，線分 AM を 2：1 に分けるので

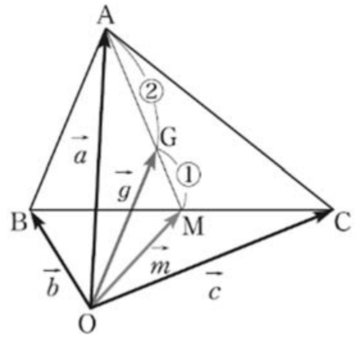
$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+2\vec{m}}{2+1}=\frac{\vec{a}+2\vec{m}}{3} \qquad \cdots\cdots②$$

①を②に代入すると

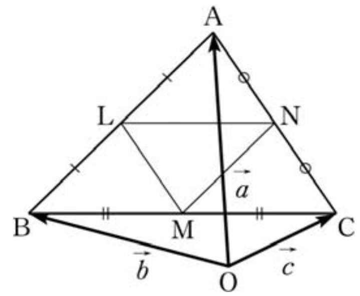
$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+2\left(\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}\right)}{3}$$

ゆえに，重心 G の位置ベクトルは，次のようになる。

$$\boldsymbol{\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}}$$



問3 △ ABC の頂点 A，B，C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ とする。3 辺 AB，BC，CA の中点を，それぞれ L，M，N とするとき，次の問に答えなさい。



(1) L，M，N の位置ベクトル $\vec{l}$，$\vec{m}$，$\vec{n}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表しなさい。

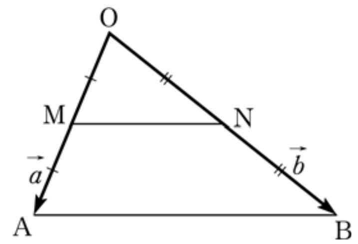
(2) △ LMN の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表しなさい。

2 ベクトルと図形

（教科書 p.65）

例題 1 △ OAB において，2 辺 OA，OB の中点をそれぞれ M，N とする。このとき，AB ∥ MN であることを示しなさい。

証明



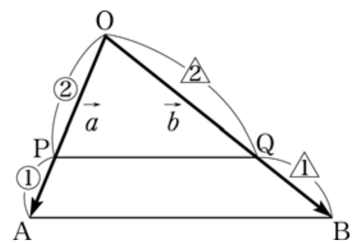
◀ k を実数とするとき
$\vec{a} \parallel \vec{b} \iff \vec{b} = k\vec{a}$

例題 1 において，（　　　　　　　　　　）であることから

（　　　　　　　　　），（　　　　　　　　　）

が成り立つことがわかる。これを（④　　　　　　　　　　　）という。

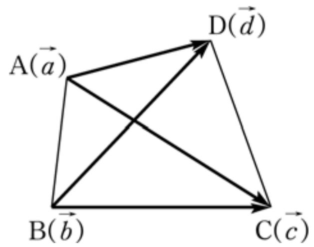
問3 △ OAB において，2 辺 OA，OB を 2：1 に分ける点をそれぞれ P，Q とする。
このとき，AB ∥ PQ であることを示しなさい。



復 習 問 題

（教科書 p.66）

1 4 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$，$C(\vec{c})$，$D(\vec{d})$ を頂点とする四角形 ABCD において，次の問に答えなさい。



(1)　$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BC}$ を，それぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ で表しなさい。

(2)　$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$ と $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ が等しいことを示しなさい。

2 2 点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ について，次の点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表しなさい。

(1)　線分 AB を $2:3$ に分ける点 P の位置ベクトル $\vec{p}$

(2)　線分 AB を $5:1$ に分ける点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$

(3)　線分 AB の中点 M の位置ベクトル $\vec{m}$