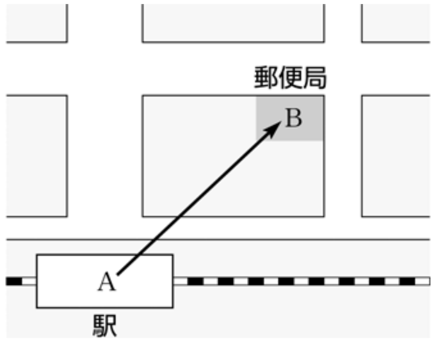
1節 平面上のベクトル

1 有向線分とベクトル

有向線分

（教科書 p.40）

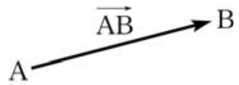
向きのついた線分を（①　　　　　　　）という。また，有向線分 AB において，A を（②　　　　　　），B を（③　　　　　　）という。



ベクトル

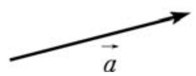
有向線分について，その位置を問題にしないで，向きと長さだけに着目したものを（④　　　　　　　）という。

A を始点，B を終点とする有向線分 AB の表すベクトルを（⑤　　　　　　）と表す。また，有向線分 AB の長さを $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の（⑥　　　　　　）といい，（⑦　　　　　　）と表す。



ベクトルは，1 つの文字に矢印をつけて，$\vec{a}$ のように表すこともある。

このとき，$\vec{a}$ の大きさを $|\vec{a}|$ と表す。



等しいベクトルと逆ベクトル

（教科書 p.41）

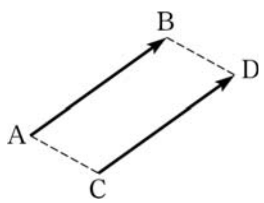
2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，向きが同じで，大きさが等しいとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は（⑧　　　　　　）といい

$$\vec{a} = \vec{b}$$

と表す。また

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}}$$

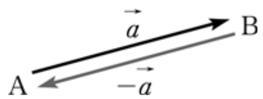
ということは，有向線分 AB を平行移動して有向線分 CD に重ねることができるということである。



ベクトル $\vec{a}$ と向きが反対で，大きさが等しいベクトルを，$\vec{a}$ の（⑨　　　　　　　）といい，$-\vec{a}$ と表す。したがって

$$\overrightarrow{\mathrm{BA}} = -\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

である。

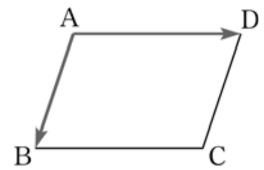


例1 右の図の平行四辺形 ABCD において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ に等しいベクトルは

である。

また，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ の逆ベクトルは

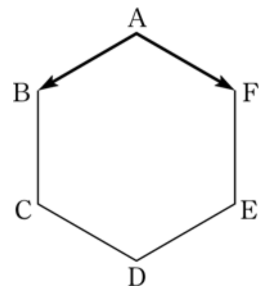
である。



問1 右の図の正六角形 ABCDEF の頂点を始点，終点とするベクトルを考える。次のベクトルを答えなさい。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ に等しいベクトル

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ の逆ベクトル



2 ベクトルの計算

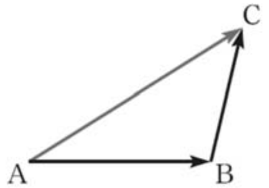
ベクトルの和

（教科書 p.42）

2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ に対してその和を

$$\overrightarrow{\mathbf{AB}}+\overrightarrow{\mathbf{BC}}=\overrightarrow{\mathbf{AC}}$$

と定める。



問2 上の図において，次の和を求めなさい。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CA}}$

一般に，2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の和は次のようになる。

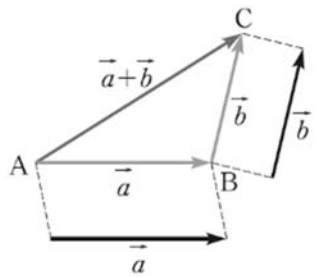
まず 1 つの点 A をとり，次に

$$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}},\qquad \vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$$

となるように点 B，C をとる。

このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ が $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の（⑨　　　　　）を表している。

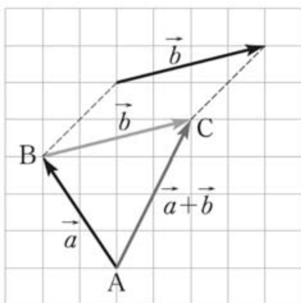
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の和を（　　　　　　）と表す。



◀点 A は，どこにとってもよい。

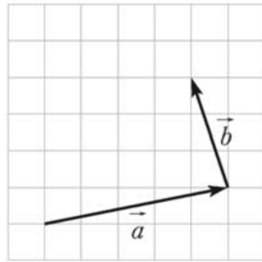
例2 右の図の $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\vec{b}$ に対して，$\vec{b}$ を平行移動して $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ となるように点 C をとる。

このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ が（　　　　　　）である。

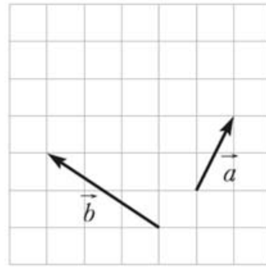


問3 次の図で，$\vec{a}+\vec{b}$ を図示しなさい。

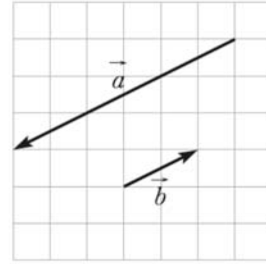
(1)



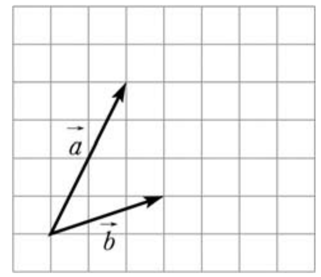
(2)



(3)



問4 右の図で，$\vec{a}+\vec{b}$ を図示しなさい。



ベクトルの加法については，次のことが成り立つ。

〔1〕　$\vec{\boldsymbol{a}}+\vec{\boldsymbol{b}}=\vec{\boldsymbol{b}}+\vec{\boldsymbol{a}}$

〔2〕　$(\vec{\boldsymbol{a}}+\vec{\boldsymbol{b}})+\vec{\boldsymbol{c}}=\vec{\boldsymbol{a}}+(\vec{\boldsymbol{b}}+\vec{\boldsymbol{c}})$

零ベクトル

（教科書 p.44）

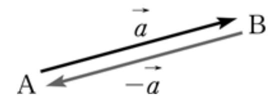
$\overrightarrow{\mathrm{AA}}$ は，始点と終点が一致したベクトルである。このベクトルを（⑩　　　　　　）といい，$\vec{\mathbf{0}}$ と表す。

$\vec{0}$ の大きさは 0 であり，向きは考えない。

$\vec{0}$ には，次のような性質がある。

$$\vec{\boldsymbol{a}}+(-\vec{\boldsymbol{a}})=\vec{\mathbf{0}}$$

$$\vec{\boldsymbol{a}}+\vec{\mathbf{0}}=\vec{\boldsymbol{a}}$$



◀$\vec{0}$ は，ゼロベクトルともいう。

ここに注意！

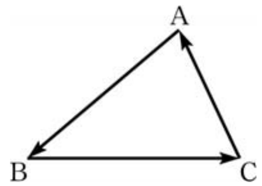
○ $\vec{a}=\vec{0}$

× $\vec{a}=0$

零ベクトルもベクトルであることに注意する。

例3 平面上に 3 点 A，B，C があるとき

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right)+\overrightarrow{\mathrm{CA}}$
$=\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CA}}$
$=\overrightarrow{\mathrm{AA}}$
$=\vec{0}$



ベクトルの差

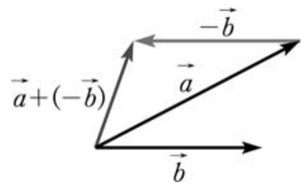
（教科書 p.44）

2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対して，その（　　　　　）$\boldsymbol{\vec{a}-\vec{b}}$ を

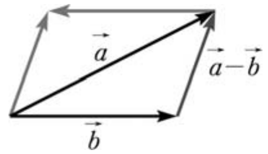
$$\boldsymbol{\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)}$$

と定める。

$\vec{a}$，$\vec{b}$ が与えられたとき，$\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$ は右の図のようにかくことができる。



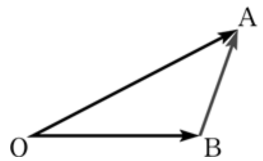
したがって，$\vec{a}-\vec{b}$ は，右の図のようになる。



また，右の図において

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}}$$

が成り立つ。

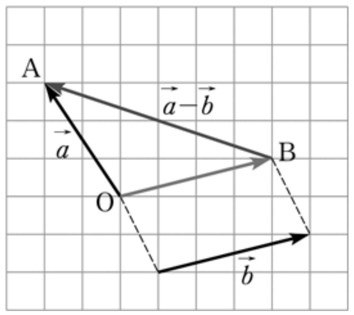


例4 右の図の $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\vec{b}$ に対して，$\vec{b}$ を平行移動して

$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

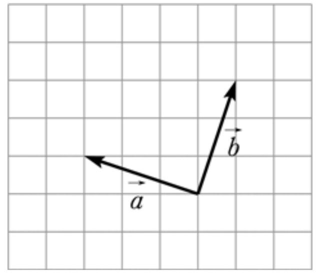
となるように点 B をとる。

このとき，$\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ が（　　　　　　）である。

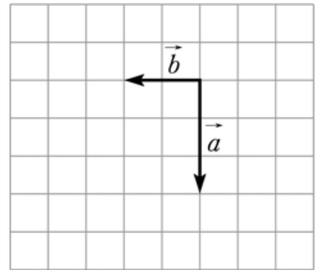


問5 次の図で，$\vec{a}-\vec{b}$ を図示しなさい。

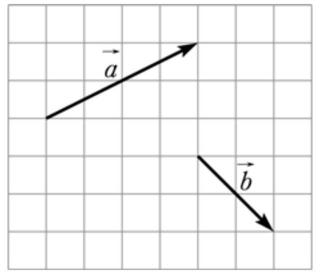
(1)



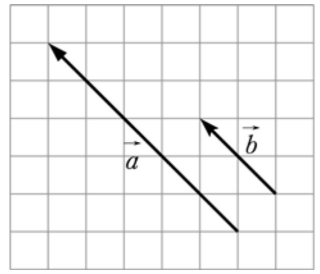
(2)



(3)



(4)

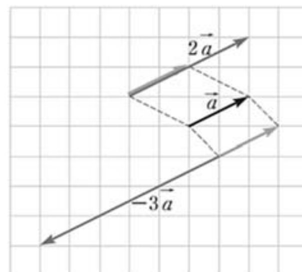


ベクトルの実数倍

（教科書 p.46）

$\vec{0}$ でないベクトル $\vec{a}$ と同じ向きで，大きさが 2 倍のベクトルを $\boldsymbol{2\vec{a}}$ と表す。

$\vec{a}$ と反対向きで，大きさが 3 倍のベクトルを $\boldsymbol{-3\vec{a}}$ と表す。



一般に，$\vec{0}$ でない $\vec{a}$ と実数 k に対して，$\boldsymbol{k\vec{a}}$ を次のように定める。

ベクトルの実数倍
$k>0$ のとき
$k\vec{a}$ は，$\vec{a}$ と同じ向きで大きさが k 倍のベクトル
$-k\vec{a}$ は，$\vec{a}$ と反対向きで大きさが k 倍のベクトル

◀ $1\vec{a}=\vec{a}$
$(-1)\vec{a}=-\vec{a}$

$k=0$ のときは，$0\vec{a}=\vec{0}$ と定める。

なお，$\vec{a}=\vec{0}$ のときは，$k\vec{0}=\vec{0}$ と定める。

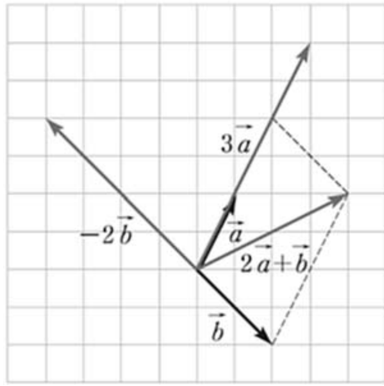
例5 右の図は，$\vec{a}$，$\vec{b}$ に対して

$3\vec{a}$

$-2\vec{b}$

$2\vec{a}+\vec{b}$

を図示したものである。



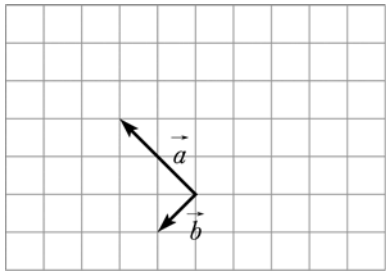
問6 右の図で，次のベクトルを図示しなさい。

$2\vec{a}$

$-3\vec{b}$

$\vec{a}+2\vec{b}$

➔p.49 復習問題2



ベクトルの実数倍の性質

（教科書 p.47）

k，l を実数とするとき，次のことが成り立つ。

ベクトルの実数倍の性質

〔1〕 $\boldsymbol{k(l\vec{a})=(k\times l)\vec{a}}$

〔2〕 $\boldsymbol{k\vec{a}+l\vec{a}=(k+l)\vec{a}}$

〔3〕 $\boldsymbol{k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}}$

例6 (1) $5(3\vec{a})=$

(2) $7\vec{a}+\vec{a}=$

(3) $6(\vec{a}+\vec{b})=$

(4) $4(\vec{a}+2\vec{b})+3(\vec{a}-\vec{b})=$

◀整式の計算と同じように計算することができる。

問7 次の計算をしなさい。

(1) $2(8\vec{a})$

(2) $6\vec{a}+\vec{a}$

(3) $5(\vec{a}+\vec{b})$

(4) $3(2\vec{a}+\vec{b})+4(\vec{a}-\vec{b})$

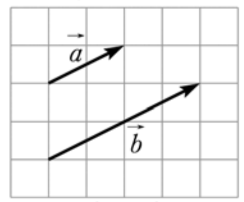
ベクトルの平行

（教科書 p.48）

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が，同じ向き，または反対向きであるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は(⑪　　　　　　)であるといい，(　　　　　　)と表す。

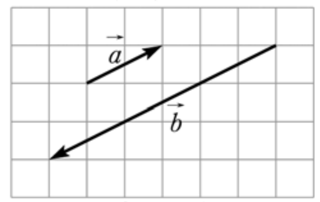
$\vec{a}\parallel\vec{b}$ となるのは，$\vec{b}$ が $\vec{a}$ の実数倍になるときである。

同じ向き



$\vec{b}=2\vec{a}$

反対向き



$\vec{b}=-3\vec{a}$

すなわち，次のことが成り立つ。

ベクトルの平行条件

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，k を実数とするとき

$\boldsymbol{\vec{a}\parallel\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}=k\vec{a}}$

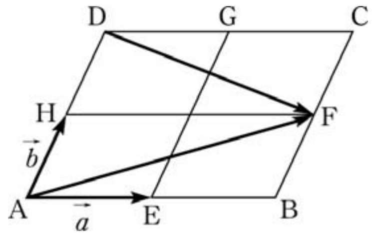
◀ $A\Longleftrightarrow B$ は，A と B が同じ内容であることを表す。

ベクトルの分解

（教科書 p.48）

例題 1 右の図の平行四辺形 ABCD において，点 E，F，G，H は，各辺の中点である。
$\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AH}} = \vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表しなさい。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$　　(2)　$\overrightarrow{\mathrm{DF}}$



解 (1)　$\overrightarrow{\mathrm{AF}} =$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{DF}} =$

問8 例題 1 で，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表しなさい。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AG}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BG}}$

一般に，$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が平行でないとき，平面上のベクトル $\vec{c}$ は，実数 k，l を用いて

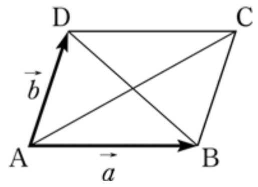
$$\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b}$$

と表すことができる。この表し方は，ただ 1 通りである。

復 習 問 題

（教科書 p.49）

1 右の図の平行四辺形 ABCD において，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$ で表しなさい。



(1) $\overrightarrow{DC}$

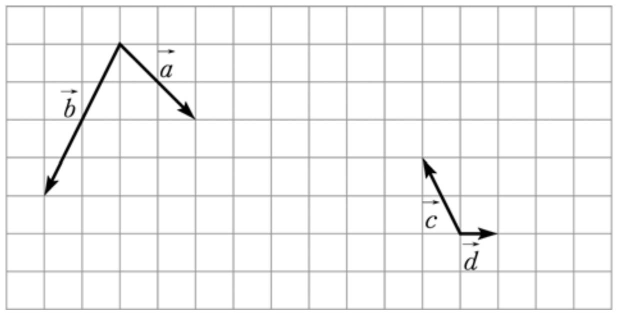
(2) $\overrightarrow{CB}$

(3) $\overrightarrow{AC}$

(4) $\overrightarrow{BD}$

2 下の図で，次のベクトルを図示しなさい。

$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{a}-\vec{b}$，$2\vec{c}$，$-4\vec{d}$，$\vec{c}+3\vec{d}$



3 次の計算をしなさい。

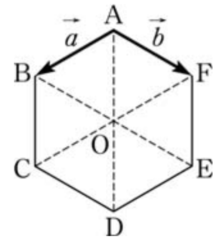
(1) $4(5\vec{a})$

(2) $3\vec{a}+\vec{a}$

(3) $2(\vec{a}+\vec{b})$

(4) $2(\vec{a}+3\vec{b})+7(\vec{a}-\vec{b})$

4 正六角形 ABCDEF の中心を O とする。
$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表しなさい。



(1) $\overrightarrow{AO}$

(2) $\overrightarrow{BF}$

(3) $\overrightarrow{AC}$

(4) $\overrightarrow{BD}$