小テスト	No.48　指数関数・対数関数　整数の指数				
年	組	番	名前		／20

1.　次の計算をせよ。

(1)　$a^3 \times a^5$

(2)　$(a^3)^4$

(3)　$a^7 \div a^3 \times a$

(4)　$(a^3b)^2 \div a^3$

2.　次の計算をせよ。

(1)　$3^{-7} \times 3^5$

(2)　$5^{-4} \div 5^{-6}$

(3)　$(a^3b^{-4})^{-2}$

(4)　$(3a)^2 \div a^{-3} \times a^{-4}$

小テスト	No.49　指数関数・対数関数　累乗根				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の値を求めよ。

(1)　$\sqrt[4]{81}$

(2)　$\sqrt[3]{0.001}$

(3)　$\sqrt[3]{-216}$

(4)　$\sqrt[5]{-32}$

2.　次の計算をせよ。

(1)　$\sqrt[4]{27} \times \sqrt[4]{3}$

(2)　$\sqrt[5]{12} \div \sqrt[5]{3}$

(3)　$\left(\sqrt[6]{8}\right)^2$

(4)　$\sqrt{\sqrt[3]{16}}$

小テスト	No.50　指数関数・対数関数　有理数の指数				
	年	組	番	名前	／20

1. 次の式を$a^{\frac{m}{n}}$の形で表せ。

(1) $\sqrt[5]{a^2}$

(2) $\sqrt{a^5}$

(3) $\left(\sqrt[3]{a}\right)^7$

(4) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$

2. 次の計算をせよ。

(1) $\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[3]{a^4}$

(2) $\sqrt[3]{\sqrt{a^7}} \div \sqrt[6]{a}$

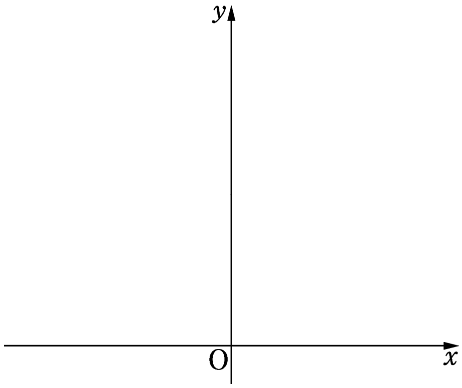
(3) $\sqrt[6]{16} \times \sqrt[3]{2}$

(4) $\sqrt{3} \times \sqrt[6]{3} \div \sqrt[3]{9}$

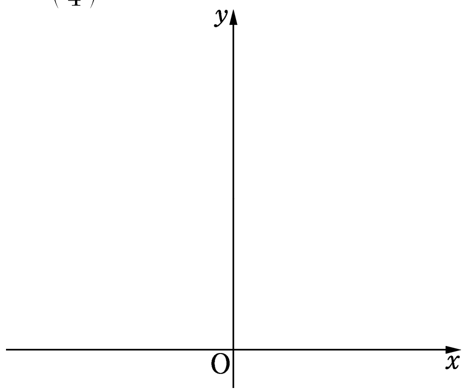
小テスト	No.51　指数関数・対数関数　指数関数とそのグラフ(1)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=4^x$



(2)　$y=\left(\dfrac{1}{4}\right)^x$



2.　次の$\boxed{\quad\quad}$をうめよ。

指数関数 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$のグラフは y 軸と点 $\boxed{\quad\quad}$ で交わり， $\boxed{\quad\quad}$ が漸近線になる。また，a の値の範囲が $\boxed{\quad\quad}$ のとき，x の値が増加すると y の値も増加し，a の値の範囲が $\boxed{\quad\quad\quad}$ のとき，x の値が増加すると y の値は減少する。

3.　次の 2 つの数の大小を比較せよ。

(1)　$\sqrt{5}$ ，$\sqrt[4]{125}$

(2)　$\sqrt[3]{\dfrac{1}{4}}$ ，$\sqrt[5]{\dfrac{1}{8}}$

小テスト	No.52　指数関数・対数関数　指数関数とそのグラフ(2)				
年	組	番	名前		／20

1.　次の方程式を解け。

(1)　$8^x = 32$

(2)　$\left(\dfrac{1}{25}\right)^x = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{3x+2}$

2.　次の不等式を解け。

(1)　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^x \geqq \dfrac{1}{81}$

(4)　$9^{2x-1} > 27$

小テスト	No.53　指数関数・対数関数　対数とその性質(1)				
	年	組	番	名前	／20

1. 次の等式を $\log_a M = p$ の形で表せ。

(1)　$2^5 = 32$

(2)　$27^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{9}$

2. $\log_{16} 8$ の値を求めよ。

3. 次の計算をせよ。

(1)　$\log_4 2 + \log_4 32$

(2)　$2\log_2 \dfrac{5}{2} + \log_2 \dfrac{3}{2} - \log_2 75$

小テスト	No.54　指数関数・対数関数　対数とその性質(2)				
	年	組	番	名前	／20

1.　底を変換することにより，次の値を求めよ。

(1)　$\log_{16} 4$

(2)　$\log_4 \sqrt{2}$

(3)　$\log_9 \dfrac{1}{27}$

2.　次の計算をせよ。

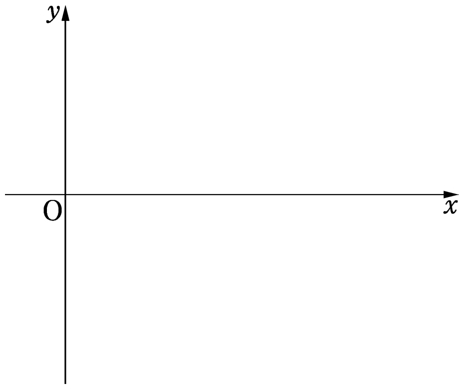
(1)　$\log_3 5 \cdot \log_5 81$

(2)　$\log_2 24 - \log_4 9$

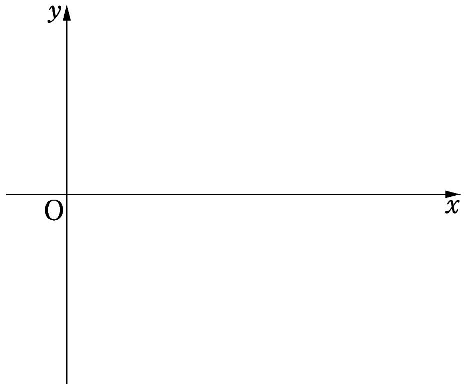
小テスト	No.55　指数関数・対数関数　対数関数とそのグラフ(1)				
年	組	番	名前		／20

1.　次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=\log_5 x$



(2)　$y=\log_{\frac{1}{5}} x$



2.　次の$\boxed{\quad\quad}$をうめよ。

対数関数 $y=\log_a x$（$a>0$，$a\neq 1$）のグラフは x 軸と点 $\boxed{\quad\quad}$ で交わり，$\boxed{\quad\quad}$ が漸近線になる。また，a の値の範囲が $\boxed{\quad\quad}$ のとき，x の値が増加すると y の値も増加し，a の値の範囲が $\boxed{\quad\quad\quad}$ のとき，x の値が増加すると y の値は減少する。

3.　次の各組の数を小さい方から順に並べよ。

(1)　$\log_5 8$，$\log_5 10$，$\log_5 3$

(2)　$\log_{\frac{1}{4}} 7$，$\log_{\frac{1}{4}} 9$，$\log_{\frac{1}{4}} 0.2$

小テスト	No.56　指数関数・対数関数　対数関数とそのグラフ(2)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の方程式を解け。

(1)　$\log_2(x+1)=4$

(2)　$\log_2(x-2)+\log_2(x-5)=2$

(3)　$\log_3 x+\log_3(x-2)=1$

小テスト	No.57　指数関数・対数関数　対数とそのグラフ(3)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の不等式を解け。

(1)　$\log_3(x+5)>2$

(2)　$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>2$

(3)　$\log_3 x+\log_3(x-2)\leqq 1$

小テスト	No.58　指数関数・対数関数　常用対数				
	年	組	番	名前	／20

1.　$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ を用いて，次の問に答えよ。

(1)　2^{100} は何桁の数か。

(2)　6^{20} は何桁の数か。

小テスト解答　No.48　指数関数・対数関数　整数の指数

1.

(1)　$a^3 \times a^5 = a^{3+5} = a^8$

(2 点)

(2)　$(a^3)^4 = a^{3\times 4} = a^{12}$

(2 点)

(3)　$a^7 \div a^3 \times a = a^{7-3+1} = a^5$

(2 点)

(4)　$(a^3b)^2 \div a^3 = (a^3)^2 \times b^2 \div a^3 = a^6b^2 \div a^3 = a^{6-3}b^2 = a^3b^2$

(2 点)

2.

(1)　$3^{-7} \times 3^5 = 3^{(-7)+5} = 3^{-2} = \dfrac{1}{9}$

(3 点)

(2)　$5^{-4} \div 5^{-6} = 5^{(-4)-(-6)} = 5^2 = 25$

(3 点)

(3)　$(a^3b^{-4})^{-2} = (a^3)^{-2} \times (b^{-4})^{-2} = a^{3\times(-2)} \times b^{(-4)\times(-2)} = a^{-6}b^8 = \dfrac{b^8}{a^6}$

(3 点)

(4)　$(3a)^2 \div a^{-3} \times a^{-4} = 9a^2 \div a^{-3} \times a^{-4} = 9a^{2-(-3)+(-4)} = 9a$

(3 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.49　指数関数・対数関数　累乗根

1.

(1)　$81=3^4$ であるから

$$\sqrt[4]{81}=3$$

(2 点)

(2)　$0.001=0.1^3$ であるから

$$\sqrt[3]{0.001}=0.1$$

(2 点)

(3)　$-216=(-6)^3$ であるから

$$\sqrt[3]{-216}=-6$$

(2 点)

(4)　$-32=(-2)^5$ であるから

$$\sqrt[5]{-32}=-2$$

(2 点)

2.

(1)　$\sqrt[4]{27}\times\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{27\times3}=\sqrt[4]{3^3\times3}=\sqrt[4]{3^4}=3$

(3 点)

(2)　$\sqrt[5]{12}\div\sqrt[5]{3}=\sqrt[5]{\dfrac{12}{3}}=\sqrt[5]{4}$

(3 点)

(3)　$\left(\sqrt[6]{8}\right)^2=\sqrt[6]{8^2}=\sqrt[6]{(2^3)^2}=\sqrt[6]{2^6}=2$

(3 点)

(4)　$\sqrt{\sqrt[3]{16}}=\sqrt[2]{\sqrt[3]{16}}=\sqrt[6]{16}=\sqrt[3]{\sqrt[2]{16}}=\sqrt[3]{\sqrt{16}}=\sqrt[3]{4}$

(3 点)

小テスト解答　No.50　指数関数・対数関数　有理数の指数

1.

(1) $\sqrt[5]{a^2}=a^{\frac{2}{5}}$

(2 点)

(2) $\sqrt{a^5}=a^{\frac{5}{2}}$

(2 点)

(3) $\left(\sqrt[3]{a}\right)^7=\sqrt[3]{a^7}=a^{\frac{7}{3}}$

(2 点)

(4) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}}=\dfrac{1}{a^{\frac{2}{3}}}=a^{-\frac{2}{3}}$

(2 点)

2.

(1) $\sqrt[3]{a^2}\times\sqrt[3]{a^4}=a^{\frac{2}{3}}\times a^{\frac{4}{3}}=a^{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}}=a^{\frac{6}{3}}=a^2$

(3 点)

(2) $\sqrt[3]{\sqrt{a^7}}\div\sqrt[6]{a}=\sqrt[3]{a^{\frac{7}{2}}}\div\sqrt[6]{a}=\left(a^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\div a^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{7}{6}}\div a^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{7}{6}-\frac{1}{6}}=a$

(3 点)

(3) $\sqrt[6]{16}\times\sqrt[3]{2}=\sqrt[6]{2^4}\times\sqrt[3]{2}=2^{\frac{4}{6}}\times2^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{2}{3}}\times2^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}=2$

(3 点)

(4) $\sqrt{3}\times\sqrt[6]{3}\div\sqrt[3]{9}=\sqrt{3}\times\sqrt[6]{3}\div\sqrt[3]{3^2}$

$=3^{\frac{1}{2}}\times3^{\frac{1}{6}}\div3^{\frac{2}{3}}$

$=3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{2}{3}}$

$=3^{\frac{3}{6}+\frac{1}{6}-\frac{4}{6}}$

$=3^0$

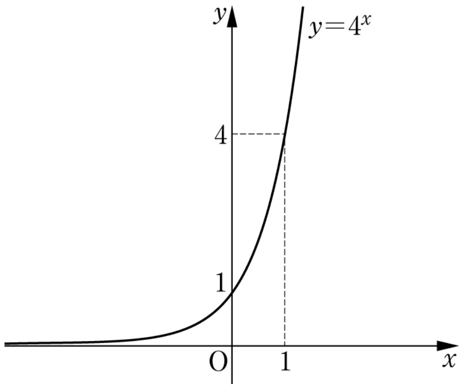
$=1$

(3 点)

小テスト解答　No.51　指数関数・対数関数　指数関数とそのグラフ(1)

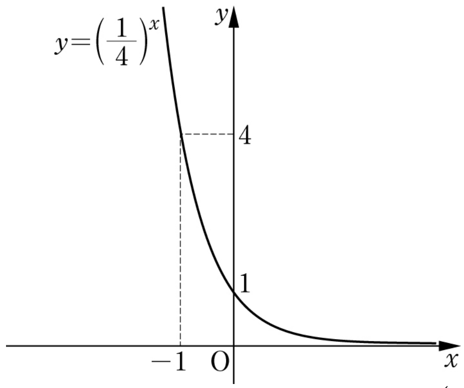
1.

(1)



(2 点)

(2)



(2 点)

2.

指数関数 $y=a^x$ $(a>0,\ a\fallingdotseq 1)$ のグラフは y 軸と点 $\boxed{(\mathbf{0},\ \mathbf{1})}$ で交わり， $\boxed{\boldsymbol{x}\textbf{軸}}$ が漸近線になる。また, a の値の範囲が $\boxed{\boldsymbol{a>1}}$ のとき，x の値が増加すると y の値も増加し，a の値の範囲が $\boxed{\boldsymbol{0<a<1}}$ のとき， x の値が増加すると y の値は減少する。

(各 2 点)

3.

(1)　$\sqrt{5}=5^{\frac{1}{2}}$，　$\sqrt[4]{125}=\sqrt[4]{5^3}=5^{\frac{3}{4}}$ である。

ここで $\frac{1}{2}<\frac{3}{4}$ であり， $y=5^x$ の底 5 は 1 より大きいから

$$5^{\frac{1}{2}}<5^{\frac{3}{4}}$$

すなわち　$\sqrt{5}<\sqrt[4]{125}$

(4 点)

(2)　$\sqrt[3]{\frac{1}{4}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$，　$\sqrt[5]{\frac{1}{8}}=\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}}$ である。

ここで $\frac{3}{5}<\frac{2}{3}$ であり，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ の底 $\frac{1}{2}$ は 0 より大きく，1 より小さいから

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}}$$

すなわち　$\sqrt[3]{\frac{1}{4}}<\sqrt[5]{\frac{1}{8}}$

(4 点)

小テスト解答　No.52　指数関数・対数関数　指数関数とそのグラフ(2)

1.

(1)　$8^x=(2^3)^x=2^{3x}$ であるから

$2^{3x}=2^5$

ゆえに　　　$3x=5$

したがって　　$x=\frac{5}{3}$

(5 点)

(2)　$\left(\frac{1}{25}\right)^x=\left\{\left(\frac{1}{5}\right)^2\right\}^x=\left(\frac{1}{5}\right)^{2x}$ であるから

$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x}=\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+2}$

ゆえに　　　$2x=3x+2$

したがって　　$x=-2$

(5 点)

2.

(1)　$\frac{1}{81}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$ であるから

$\left(\frac{1}{3}\right)^x\geqq\left(\frac{1}{3}\right)^4$

$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ の底 $\frac{1}{3}$ は 0 より大きく 1 より小さいから

$x\leqq 4$

(5 点)

(2)　$9^{2x-1}=(3^2)^{2x-1}=3^{4x-2}$ であるから

$3^{4x-2}>3^3$

$y=3^x$ の底 3 は 1 より大きいから

$4x-2>3$

ゆえに　　$x>\frac{5}{4}$

(5 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.53　指数関数・対数関数　対数とその性質(1)

1.

(1)　$2^5=32$ であるから　　$\log_2 32=5$

(3 点)

(2)　$27^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{9}$ であるから　　$\log_{27}\dfrac{1}{9}=-\dfrac{2}{3}$

(3 点)

2.

$\log_{16}8=x$ とおくと　　$16^x=8$

$16^x=(2^4)^x=2^{4x}$，$8=2^3$ であるから　　$2^{4x}=2^3$

よって　　$4x=3$

ゆえに　　$x=\dfrac{3}{4}$

すなわち　　$\log_{16}8=\dfrac{3}{4}$

(4 点)

3.

(1)　$\log_4 2+\log_4 32=\log_4(2\times 32)=\log_4 64=\log_4 4^3=3$

(5 点)

(2)
$$\begin{aligned}2\log_2\frac{5}{2}+\log_2\frac{3}{2}-\log_2 75&=\log_2\left(\frac{5}{2}\right)^2+\log_2\frac{3}{2}-\log_2 75\\&=\log_2\frac{25}{4}+\log_2\frac{3}{2}-\log_2 75\\&=\log_2\left(\frac{25}{4}\times\frac{3}{2}\div 75\right)\\&=\log_2\frac{25\times 3}{4\times 2\times 75}\\&=\log_2\frac{1}{8}\\&=\log_2 2^{-3}\\&=-3\end{aligned}$$

(別解)

$$\begin{aligned}2\log_2\frac{5}{2}+\log_2\frac{3}{2}-\log_2 75&=2(\log_2 5-\log_2 2)+(\log_2 3-\log_2 2)-(\log_2 3+2\log_2 5)\\&=-3\log_2 2\\&=-3\end{aligned}$$

(5 点)

小テスト解答　No.54　指数関数・対数関数　対数とその性質(2)

1.

(1)　$\log_{16}4=\dfrac{\log_4 4}{\log_4 16}=\dfrac{\log_4 4}{\log_4 4^2}=\dfrac{\log_4 4}{2\log_4 4}=\dfrac{1}{2}$

(4 点)

(2)　$\log_4\sqrt{2}=\dfrac{\log_2\sqrt{2}}{\log_2 4}=\dfrac{\log_2 2^{\frac{1}{2}}}{\log_2 2^2}=\dfrac{\frac{1}{2}\log_2 2}{2\log_2 2}=\dfrac{\frac{1}{2}}{2}=\dfrac{1}{4}$

(4 点)

(3)　$\log_9\dfrac{1}{27}=\log_9 27^{-1}=-\log_9 27=-\dfrac{\log_3 27}{\log_3 9}=-\dfrac{\log_3 3^3}{\log_3 3^2}=-\dfrac{3\log_3 3}{2\log_3 3}-\dfrac{3}{2}$

(4 点)

2.

(1)　$\log_3 5\cdot\log_5 81=\log_3 5\cdot\left(\dfrac{\log_3 81}{\log_3 5}\right)=\log_3 81=\log_3 3^4=4$

(4 点)

(2)　$\log_2 24-\log_4 9=\log_2 24-\dfrac{\log_2 9}{\log_2 4}$

$=\log_2 24-\dfrac{\log_2 3^2}{\log_2 2^2}$

$=\log_2 24-\dfrac{2\log_2 3}{2}$

$=\log_2 24-\log_2 3$

$=\log_2\dfrac{24}{3}$

$=\log_2 8$

$=\log_2 2^3$

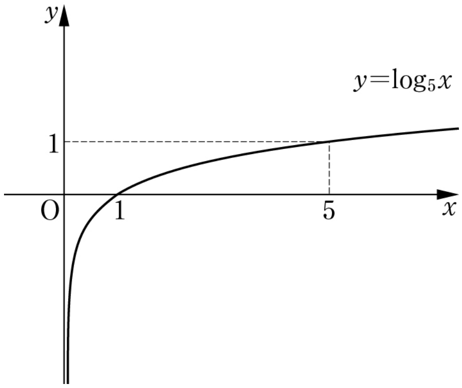
$=3$

(4 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.55　指数関数・対数関数　対数関数とそのグラフ(1)

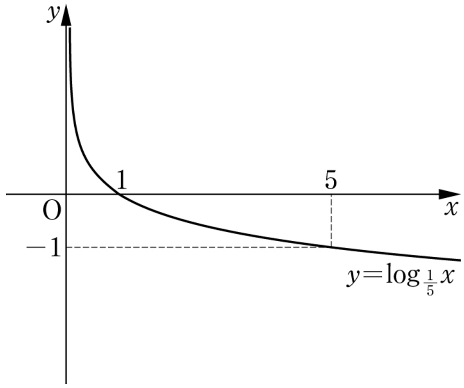
1.

(1)



(2点)

(2)



(2点)

2.

対数関数 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a \neq 1)$ のグラフは x 軸と点 $\boxed{(1,\ 0)}$ で交わり，$\boxed{y\text{軸}}$ が漸近線になる。また, a の値の範囲が $\boxed{a>1}$ のとき，x の値が増加すると y の値も増加し，a の値の範囲が $\boxed{0<a<1}$ のとき，x の値が増加すると y の値は減少する。

(各2点)

3.

(1)　$y=\log_5 x$ の底 5 は 1 より大きい。

$3<8<10$ であるから

$\log_5 3<\log_5 8<\log_5 10$

よって　$\log_5 3$，$\log_5 8$，$\log_5 10$

(4点)

(2)　$y=\log_{\frac{1}{4}} x$ の底 $\dfrac{1}{4}$ は 0 より大きく，1 より小さい。

$0.2<7<9$ であるから

$\log_{\frac{1}{4}} 0.2>\log_{\frac{1}{4}} 7>\log_{\frac{1}{4}} 9$

よって　$\log_{\frac{1}{4}} 9$，$\log_{\frac{1}{4}} 7$，$\log_{\frac{1}{4}} 0.2$

(4点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.56　指数関数・対数関数　対数関数とそのグラフ(2)

1.

(1)　真数は正であるから　$x+1>0$

よって　$x>-1$　……①

対数の定義より　$x+1=2^4$

したがって　$x=15$

これは，①を満たす。

(6 点)

(2)　真数は正であるから　$x-2>0$，　$x-5>0$

よって　$x>5$　……①

方程式から　$\log_2(x-2)(x-5)=2$

したがって　$(x-2)(x-5)=2^2$

$x^2-7x+6=0$

$(x-1)(x-6)=0$

これを解くと　$x=1,\ 6$

①より　$x=6$

(7 点)

(3)　真数は正であるから　$x>0$，$x-2>0$

よって　$x>2$　……①

方程式から　$\log_3 x(x-2)=1$

したがって　$x(x-2)=3$

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

これを解くと　$x=-1,\ 3$

①より　$x=3$

(7 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.57　指数関数・対数関数　対数とそのグラフ(3)

1.

(1)　真数は正であるから　　$x+5>0$

よって　　$x>-5$　　　……①

$2=\log_3 3^2=\log_3 9$ であるから，与えられた不等式は

$$\log_3(x+5)>\log_3 9$$

底 3 は 1 より大きいから

$$x+5>9$$

したがって　　$x>4$　　……②

①，②より　　$x>4$

(6 点)

(2)　真数は正であるから　　$x-1>0$

よって　　$x>1$　　　　　　……①

$2=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^2=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}$ であるから，与えられた不等式は

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}$$

底 $\frac{1}{2}$ は 0 より大きく 1 より小さいから

$$x-1<\frac{1}{4}$$

これを解いて　　$x<\frac{5}{4}$　　　……②

①，②より　　$1<x<\frac{5}{4}$

(6 点)

(3)　真数は正であるから　　$x>0$，$x-2>0$

よって　　$x>2$　　　　　　……①

$1=\log_3 3$ であるから，与えられた不等式は

$$\log_3 x+\log_3(x-2)\leqq\log_3 3$$

$$\log_3 x(x-2)\leqq\log_3 3$$

底 3 は 1 より大きいから

$$x(x-2)\leqq 3$$

$$x^2-2x-3\leqq 0$$

$$(x+1)(x-3)\leqq 0$$

これを解いて　　$-1\leqq x\leqq 3$　……②

①，②より　　$2<x\leqq 3$

(8 点)

小テスト解答　No.58　指数関数・対数関数　常用対数

1.

(1)　2^{100} の常用対数をとると

$$\log_{10}2^{100}=100\log_{10}2=100\times0.3010=30.1$$

よって

$$30<\log_{10}2^{100}<31$$

ゆえに

$$10^{30}<2^{100}<10^{31}$$

したがって，2^{100} は 31 桁の数である。

(8 点)

(2)　6^{20} の常用対数をとると

$$\log_{10}6^{20}=20\log_{10}6=20(\log_{10}2+\log_{10}3)=20(0.3010+0.4771)=20\times0.7781=15.562$$

よって

$$15<\log_{10}6^{20}<16$$

ゆえに

$$10^{15}<6^{20}<10^{16}$$

したがって，6^{20} は 16 桁の数である。

(12 点)