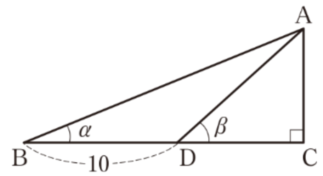
[Level Up]

（教科書 p.158）

1 右の図において，

$\mathrm{BD}=10$，$\alpha=30°$，$\beta=45°$

であるとき，AC を求めよ。



2 次の値を求めよ。

(1) $\sin 65° + \cos 105° + \cos 155° + \sin 165°$

(2) $\tan 70°(\tan 160° - \tan 20°)$

(3) $(\sin 40° + \sin 130°)^2 + (\cos 40° + \cos 130°)^2$

3 $\triangle \mathrm{ABC}$ において，$b=\sqrt{7}$，$c=3$，$B=60°$ のとき，C を求めよ。

4 △ABC において，$\frac{\sin A}{5}=\frac{\sin B}{3}=\frac{\sin C}{7}$ のとき，C を求めよ。

5 △ABC の面積を S，外接円の半径を R とするとき，

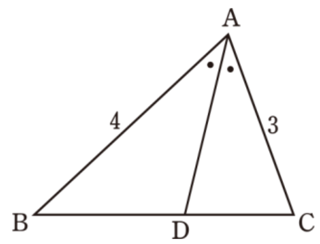
$$S=\frac{abc}{4R}$$

が成り立つことを，三角形の面積の公式と正弦定理を用いて証明せよ。

6 △ABC において，

AB $=4$，AC $=3$，∠BAC $=60^\circ$

である。∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を D とし，AD $=x$ とするとき，次の問に答えよ。



(1)　△ABD，△ACD の面積をそれぞれ x を用いて表せ。

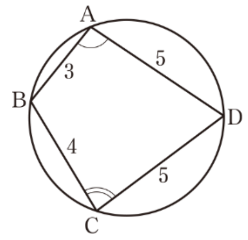
(2)　x を求めよ。

7 円に内接する四角形 ABCD において, $A+C=180°$ であることが知られている。

　AB = 3，BC = 4，CD = DA = 5

であるとき，次の問に答えよ。

(1)　2 つの角 ∠BAD，∠BCD に着目して，対角線 BD および cos∠BAD の値を求めよ。



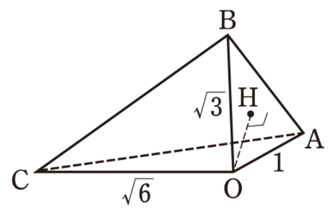
(2)　四角形 ABCD の面積を求めよ。

8 三角錐 OABC は，

$\mathrm{OA}=1$，$\mathrm{OB}=\sqrt{3}$，$\mathrm{OC}=\sqrt{6}$

$\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{COA}=90°$

である。このとき，次の値を求めよ。



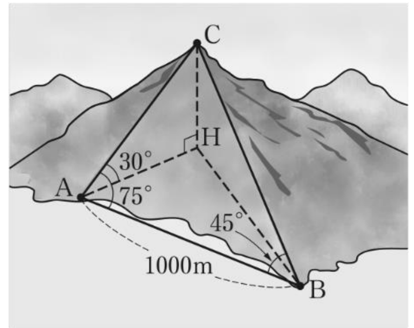
(1)　三角錐 OABC の体積 V

(2)　$\angle\mathrm{ABC}$

(3)　$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積 S

(4)　頂点 O から $\triangle\mathrm{ABC}$ に下ろした垂線 OH の長さ h

9 右の図の 2 点 A，B は同一水平面上にあり，AB の長さは 1000m である。A における山頂 C を見上げる角 $\angle\mathrm{HAC}$ が $30°$，A から B と C を見込む角 $\angle\mathrm{BAC}$ が $75°$，B から A と C を見込む角 $\angle\mathrm{ABC}$ が $45°$ のとき，A を通る水平面から山頂 C までの高さは何 m か。ただし，$\sqrt{6}=2.45$ とし，小数第 1 位を四捨五入して答えよ。



課題学習　進入角指示灯

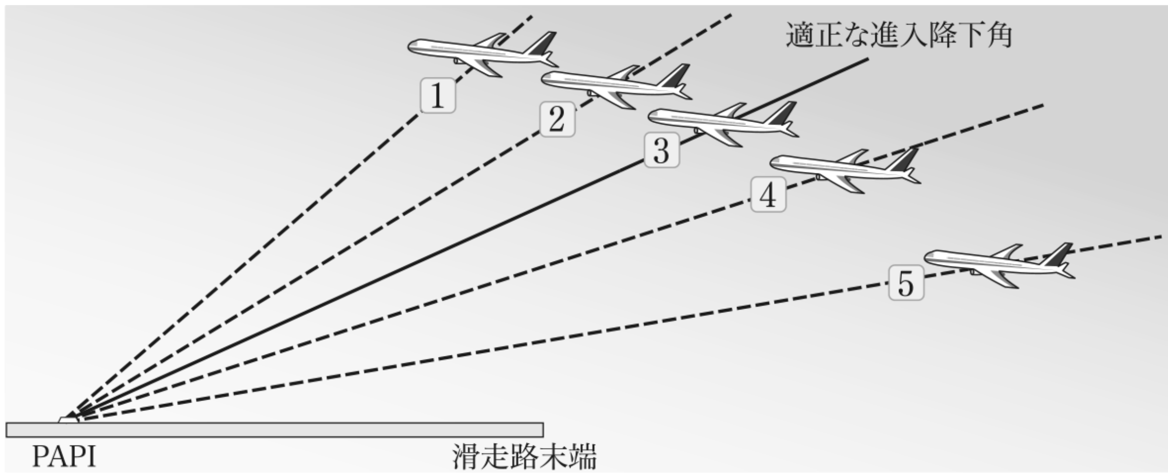
（教科書 p.160）

旅客機の着陸時，滑走路の脇に白や赤の 4 つのライトが見えることがある。これらのライトは何のために設置されているのだろうか。

旅客機が滑走路へ近づく際の角度は「進入降下角」といい，どの機種でも 3.0° が適正となっている。旅客機は時速 250km ほどで着陸するため，進入降下角がわずかに適正な角度からずれるだけで，安全な着陸が難しくなる。進入降下角を適正に保ったまま着陸するために，空港の滑走路脇には進入角指示灯 (PAPI)とよばれる 4 つのライトが設置されている。

PAPI は白色と赤色の 2 色灯で，4 つのライトが横 1 列に並んでいる。それぞれのライトは見る角度によって色が変わるように調整されており，パイロットから見て左側 2 つが白く，右側 2 つが赤く見えるとき，その機体の進入降下角は適正であるといえる。

	PAPI		進入降下角
1	○○○○	高すぎる	3.5° 以上
2	○○○●	高い	3.3°
3	○○●●	適正	3.0°
4	○●●●	低い	2.7°
5	●●●●	低すぎる	2.5° 以下



課題　PAPI の手前 9km 地点の上空で，パイロットは PAPI の表示が白赤赤赤となっていることを確認し，進入降下角が 2.7° であると判断した。適正な進入降下角である 3.0° で着陸するためには，高度があと何 m 高ければよかったかを求めてみよう。ただし $\tan 2.7° = 0.0472$，$\tan 3.0° = 0.0524$ とする。

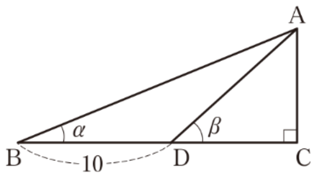
[Level Up]

（教科書 p.158）

１ 右の図において，

$\mathrm{BD}=10$，$\alpha=30°$，$\beta=45°$

であるとき，AC を求めよ。



AC $=x$ とする。

△ACD において

$$\tan 45° = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CD}}$$

であるから

$$\mathrm{CD}=\frac{\mathrm{AC}}{\tan 45°}=\mathrm{AC}=x$$

△ABC において

$\mathrm{AC}=\mathrm{BC}\tan 30°$

であるから

$$x=(\mathrm{BD}+\mathrm{CD})\times\tan 30°=(10+x)\times\frac{1}{\sqrt{3}}$$

これを解いて

$$x=\frac{10}{\sqrt{3}-1}=5+5\sqrt{3}$$

２ 次の値を求めよ。

(1) $\sin 65°+\cos 105°+\cos 155°+\sin 165°$

$\sin 65°=\sin(90°-25°)=\cos 25°$

$\cos 105°=\cos(180°-75°)=-\cos 75°$

$\qquad=-\cos(90°-15°)=-\sin 15°$

$\cos 155°=\cos(180°-25°)=-\cos 25°$

$\sin 165°=\sin(180°-15°)=\sin 15°$

よって

$\sin 65°+\cos 105°+\cos 155°+\sin 165°$

$=\cos 25°+(-\sin 15°)+(-\cos 25°)+\sin 15°$

$=0$

(2) $\tan 70°(\tan 160°-\tan 20°)$

$\tan 70°=\tan(90°-20°)=\frac{1}{\tan 20°}$

$\tan 160°=\tan(180°-20°)=-\tan 20°$

よって

$\tan 70°(\tan 160°-\tan 20°)$

$=\frac{1}{\tan 20°}(-\tan 20°-\tan 20°)$

$=\frac{-2\tan 20°}{\tan 20°}=-2$

(3) $(\sin 40°+\sin 130°)^2+(\cos 40°+\cos 130°)^2$

$\sin 130°=\sin(180°-50°)=\sin 50°$

$\qquad=\sin(90°-40°)=\cos 40°$

$\cos 130°=\cos(180°-50°)=-\cos 50°$

$\qquad=-\cos(90°-40°)=-\sin 40°$

よって

$(\sin 40°+\sin 130°)^2+(\cos 40°+\cos 130°)^2$

$=(\sin 40°+\cos 40°)^2+(\cos 40°-\sin 40°)^2$

$=(\sin^2 40°+2\sin 40°\cos 40°+\cos^2 40°)+(\cos^2 40°-2\cos 40°\sin 40°+\sin^2 40°)$

$=2(\sin^2 40°+\cos^2 40°)$

$=2\times 1=2$

３ △ABC において，$b=\sqrt{7}$，$c=3$，$B=60°$ のとき，C を求めよ。

余弦定理により

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

したがって

$(\sqrt{7})^2=3^2+a^2-2\cdot 3\cdot a\cos 60°$

$7=9+a^2-6a\times\frac{1}{2}$

$a^2-3a+2=0$

$(a-1)(a-2)=0$

$a=1$ または 2

4 $\triangle$ABC において，$\frac{\sin A}{5}=\frac{\sin B}{3}=\frac{\sin C}{7}$ のとき，C を求めよ。

$\frac{\sin A}{5}=\frac{\sin B}{3}=\frac{\sin C}{7}=k\ (k>0)$ とおくと

$\sin A=5k$，$\sin B=3k$，$\sin C=7k$

正弦定理により

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

であるから

$$\frac{a}{5k}=\frac{b}{3k}=\frac{c}{7k}$$

すなわち

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{3}=\frac{c}{7}$$

この値を $l\ (l>0)$ とおくと

$a=5l$，$b=3l$，$c=7l$

ここで，余弦定理により

$$\cos C=\frac{(5l)^2+(3l)^2-(7l)^2}{2\cdot 5l\cdot 3l}=-\frac{15l^2}{30l^2}$$

$$=-\frac{1}{2}$$

よって　$C=120°$

5 $\triangle$ABC の面積を S，外接円の半径を R とするとき，

$$S=\frac{abc}{4R}$$

が成り立つことを，三角形の面積の公式と正弦定理を用いて証明せよ。

三角形の面積の公式により

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C \qquad \cdots\cdots①$$

正弦定理により

$$\frac{c}{\sin C}=2R$$

よって

$$\sin C=\frac{c}{2R} \qquad \cdots\cdots②$$

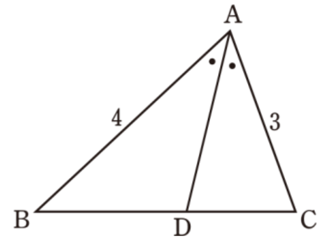
②を①に代入して

$$S=\frac{1}{2}ab\cdot\frac{c}{2R}=\frac{abc}{4R}$$

6 $\triangle$ABC において，

AB $=4$，AC $=3$，$\angle$BAC $=60°$

である。$\angle$BAC の二等分線と辺 BC との交点を D とし，AD $=x$ とするとき，次の問に答えよ。



(1)　$\triangle$ABD，$\triangle$ACD の面積をそれぞれ x を用いて表せ。

$$\triangle \mathrm{ABD}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin 30°$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot x\cdot\frac{1}{2}=x$$

$$\triangle \mathrm{ACD}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AD}\sin 30°$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot x\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}x$$

(2)　x を求めよ。

$$\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\sin 60°$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$$

$\triangle$ABD $+$ $\triangle$ACD $=$ $\triangle$ABC であるから

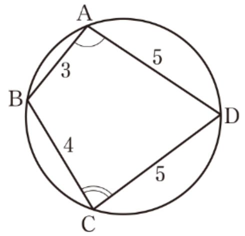
$x+\frac{3}{4}x=3\sqrt{3}$ より $\frac{7}{4}x=3\sqrt{3}$

よって　$x=\frac{12\sqrt{3}}{7}$

7 円に内接する四角形 ABCD において, $A + C = 180°$ であることが知られている。

$AB = 3$, $BC = 4$, $CD = DA = 5$

であるとき，次の問に答えよ。



(1) 2 つの角 ∠BAD, ∠BCD に着目して，対角線 BD および cos∠BAD の値を求めよ。

△ABD において，余弦定理により

$$BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos \angle BAD$$

$$= 34 - 30 \cos \angle BAD \quad \cdots\cdots①$$

△BCD において，余弦定理により

$$BD^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos \angle BCD$$

$$= 41 - 40 \cos \angle BCD$$

$\angle BAD + \angle BCD = 180°$ であるから

$$\angle BCD = 180° - \angle BAD$$

したがって

$$BD^2 = 41 - 40\cos(180° - \angle BAD)$$

$$= 41 + 40 \cos \angle BAD \quad \cdots\cdots②$$

①，②より

$$34 - 30 \cos \angle BAD = 41 + 40 \cos \angle BAD$$

よって

$$\cos \angle BAD = -\frac{1}{10}$$

これを① に代入して

$$BD^2 = 34 - 30 \times \left(-\frac{1}{10}\right) = 37$$

$BD > 0$ より

$$BD = \sqrt{37}$$

(2) 四角形 ABCD の面積を求めよ。

$\sin^2 \angle BAD + \cos^2 \angle BAD = 1$ より

$$\sin^2 \angle BAD = 1 - \cos^2 \angle BAD$$

$$= 1 - \left(-\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{99}{100}$$

$\sin \angle BAD > 0$ より

$$\sin \angle BAD = \sqrt{\frac{99}{100}} = \frac{3\sqrt{11}}{10}$$

$$\sin \angle BCD = \sin(180° - \angle BAD)$$

$$= \sin \angle BAD = \frac{3\sqrt{11}}{10}$$

よって，四角形 ABCD の面積をSとすると

$$S = \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \sin \angle BAD + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \sin \angle BCD$$

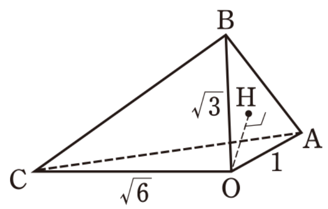
$$= \frac{15}{2} \times \frac{3\sqrt{11}}{10} + 10 \times \frac{3\sqrt{11}}{10} = \frac{21\sqrt{11}}{4}$$

8 三角錐 OABC は，

$OA=1$，$OB=\sqrt{3}$，$OC=\sqrt{6}$

$\angle AOB=\angle BOC=\angle COA=90°$

である。このとき，次の値を求めよ。

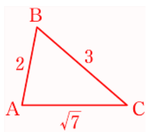


(1)　三角錐 OABC の体積 V

$V=\frac{1}{3}\times\triangle OAC\times OB$

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{6}\right)\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2)　$\angle ABC$



三平方の定理により

$AB=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2$

$BC=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2}=3$

$CA=\sqrt{\left(\sqrt{6}\right)^2+1^2}=\sqrt{7}$

$\triangle ABC$ において，余弦定理により

$\cos\angle ABC=\frac{2^2+3^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}{2\cdot2\cdot3}=\frac{1}{2}$

よって　$\angle ABC=60°$

(3)　$\triangle ABC$ の面積 S

$S=\frac{1}{2}\cdot2\cdot3\sin60°=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

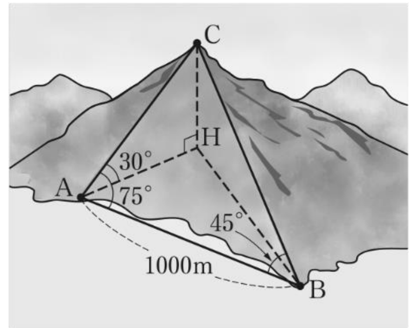
(4)　頂点 O から $\triangle ABC$ に下ろした垂線 OH の長さ h

$V=\frac{1}{3}Sh$ であるから

$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}\times h$

よって　$h=\frac{\sqrt{6}}{3}$

9 右の図の 2 点 A，B は同一水平面上にあり，AB の長さは 1000m である。A における山頂 C を見上げる角 $\angle HAC$ が 30°，A から B と C を見込む角 $\angle BAC$ が 75°，B から A と C を見込む角 $\angle ABC$ が 45° のとき，A を通る水平面から山頂 C までの高さは何 m か。ただし，$\sqrt{6}=2.45$ とし，小数第 1 位を四捨五入して答えよ。



$\angle ACB=180°-(\angle ABC+\angle BAC)$

$=180°-(45°+75°)=60°$

正弦定理により

$\frac{AC}{\sin\angle ABC}=\frac{AB}{\sin\angle ACB}$

よって

$AC=\frac{1000\sin45°}{\sin60°}$

$=1000\times\frac{1}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1000\sqrt{6}}{3}$

したがって，求める高さ CH は

$CH=AC\sin30°$

$=\frac{1000\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{500}{3}\times2.45$

$=408.3\cdots$

$\fallingdotseq408\ (m)$

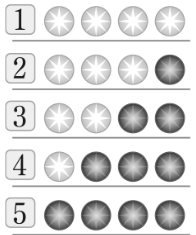
課題学習　進入角指示灯

（教科書 p.160）

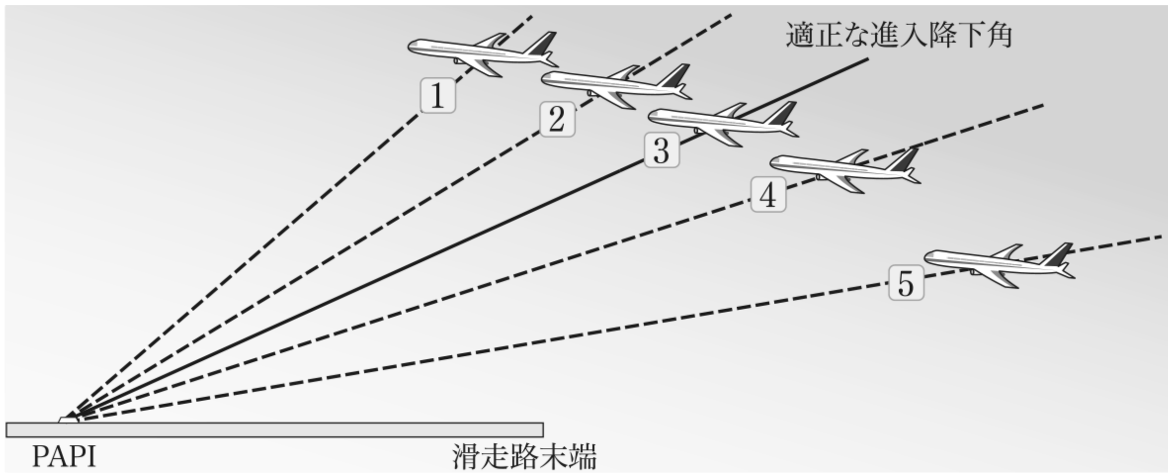
旅客機の着陸時，滑走路の脇に白や赤の 4 つのライトが見えることがある。これらのライトは何のために設置されているのだろうか。

旅客機が滑走路へ近づく際の角度は「進入降下角」といい，どの機種でも 3.0° が適正となっている。旅客機は時速 250km ほどで着陸するため，進入降下角がわずかに適正な角度からずれるだけで，安全な着陸が難しくなる。進入降下角を適正に保ったまま着陸するために，空港の滑走路脇には進入角指示灯 (PAPI)とよばれる 4 つのライトが設置されている。

PAPI は白色と赤色の 2 色灯で，4 つのライトが横 1 列に並んでいる。それぞれのライトは見る角度によって色が変わるように調整されており，パイロットから見て左側 2 つが白く，右側 2 つが赤く見えるとき，その機体の進入降下角は適正であるといえる。



PAPI		進入降下角
1	高すぎる	3.5° 以上
2	高い	3.3°
3	適正	3.0°
4	低い	2.7°
5	低すぎる	2.5° 以下



課題　PAPI の手前 9km 地点の上空で，パイロットは PAPI の表示が白赤赤赤となっていることを確認し，進入降下角が 2.7° であると判断した。適正な進入降下角である 3.0° で着陸するためには，高度があと何 m 高ければよかったかを求めてみよう。ただし $\tan 2.7° = 0.0472$，$\tan 3.0° = 0.0524$ とする。