

小テスト	No.10 整数の性質 約数と倍数 (1)				
	年	組	番	名前	/20

1. 6つの数 2580, 3567, 6224, 8541, 9004 について, 各数の倍数であれば, 次の表の倍数の欄に○を記入し, 表を完成せよ。

	2580	3567	4320	6224	8541	9004
2の倍数						
3の倍数						
4の倍数						
5の倍数						
6の倍数						
8の倍数						
9の倍数						

小テスト	No.12 整数の性質 約数と倍数 (3)			
	年	組	番 名前	/20

1. 次の等式を満たす整数 a , b の組をすべて求めよ。

$$ab = 10$$

2. $ab + 2a + b = 3$ を満たす整数 a , b の組をすべて求めよ。

3. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{4}$ を満たす自然数 a , b の組をすべて求めよ。

小テスト	No.13 整数の性質 最大公約数と最小公倍数 (1)				
	年	組	番	名前	/20

1. 次の各組の整数の最大公約数と最小公倍数をそれぞれ求めよ。

(1) 90, 126

(2) 252, 300, 540

2. $\frac{35}{12}$ と $\frac{77}{30}$ に同じ有理数 a を掛けると、どちらも正の整数となる。

このような有理数 a のうち、最小のものを求めよ。

小テスト	No.14 整数の性質 最大公約数と最小公倍数 (2)				
	年	組	番	名前	/20

1. 積が1280 であり, 最小公倍数が160 であるような2 つの正の整数 a, b ($a \leq b$) について考える。
- (1) a, b の最大公約数 g を求めよ。

- (2) $a = a'g, b = b'g$ (a' と b' は互いに素で, $a' \leq b'$) とおいて上の条件を満たす a, b の組をすべて求めよ。

小テスト	No.15 整数の性質 最大公約数と最小公倍数 (3)				
	年	組	番	名前	/20

1. 和が56であり, 最大公約数が8であるような2つの正の整数 a, b ($a \leq b$)の組をすべて求めよ。

小テスト	No.17 整数の性質 ユークリッドの互除法				
	年	組	番	名前	／20

1. ユークリッドの互除法を用いて、次の2つの数の最大公約数を求めよ。

(1) 527, 323

(2) 286, 1066

2. $\frac{5759}{8417}$ を約分せよ。

小テスト	No.18 整数の性質 2元1次不定方程式(1)				
	年	組	番	名前	/20

1. 1次不定方程式 $5x + 6y = 4$ について、次の問に答えよ。

(1) $x = 2$, $y = -1$ はこの不定方程式の整数解の1つであることを示せ。

(2) この1次不定方程式のすべての整数解を求めよ。

小テスト	No.19 整数の性質 2元1次不定方程式 (2)			
	年	組	番 名前	/20

1. 次の間に答えよ。

(1) ユークリッドの互除法を用いて 137 と 61 の最大公約数を求めよ。

(2) (1)の結果を用いて1次不定方程式 $137x + 61y = 1$ の1組の整数解を求めよ。

(3) 1次不定方程式 $137x + 61y = 1$ のすべての整数解を求めよ。

小テスト	No.20 整数の性質 記数法 (1)				
	年	組	番	名前	/20

1. 次の2進法で表された数を10進法で表せ。

(1) $111_{(2)}$

(2) $10110_{(2)}$

2. 次の表を完成させよ。

10進法	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2進法										

3. 次の10進法で表された数を2進法で表せ。

(1) 20

(2) 137

4. 次の2進法で表された小数を10進法的小数で表せ。

(1) $1.01_{(2)}$

(2) $11.011_{(2)}$

小テスト	No.21 整数の性質 記数法 (2)				
	年	組	番	名前	/20

1. 次の2進法で表された数の計算をせよ。

(1) $101_{(2)} + 110_{(2)}$

(2) $1011_{(2)} + 1111_{(2)}$

(3) $111_{(2)} - 100_{(2)}$

(4) $100100_{(2)} - 1010_{(2)}$

2. 次の2進法で表された数の計算をせよ。

(1) $111_{(2)} \times 101_{(2)}$

(2) $1001101_{(2)} \div 111_{(2)}$

小テスト	No.22 整数の性質 記数法 (3)			
	年	組	番 名前	/20

1. 次の5進法で表された数を10進法で表し, 10進法で表された数を5進法で表せ。

(1) $1234_{(5)}$

(2) 198

2. 次の数を3進法で表せ。

(1) $10110_{(2)}$

(2) $1342_{(5)}$

(3) $276_{(8)}$

小テスト	No.23 整数の性質 小数と分数				
	年	組	番	名前	/20

1. 次の分数を小数で表したとき，有限小数になるものと循環小数になるものに分類せよ。
また，循環小数になる場合は，その循環節を答えよ。

(ア) $\frac{11}{25}$

(イ) $\frac{10}{33}$

(ウ) $\frac{7}{36}$

(エ) $\frac{3}{37}$

(オ) $\frac{9}{40}$

小テスト解答 No.10 整数の性質 約数と倍数 (1)

1.

	2580	3567	4320	6224	8541	9004
2 の倍数	○		○	○		○
3 の倍数	○	○	○		○	
4 の倍数	○		○	○		○
5 の倍数	○		○			
6 の倍数	○		○			
8 の倍数			○	○		
9 の倍数			○		○	

(各 1 点)

小テスト解答 No.11 整数の性質 約数と倍数 (2)

1. 2以上40以下の自然数を小さい順に並べ、2以外の2の倍数を消し、次に3以外の3の倍数を消し、同様の操作を、5, 7, 11, 13, 17, …の順にくり返し行い、残ったものが素数となる（この方法を「エラトステネスのふるい」という）。

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

これより、40以下の素数は次の12個である。

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 (5点)

2. N を因数分解すると $N=(n+6)(n-4)$

ここで、 $n+6$ と $n-4$ はともに自然数であり、 $n+6 \geq 7$ であるから、 $n-4=1$ であることが必要である。よって、 $n=5$

逆に、 $n=5$ のとき、 $N=(5+6) \cdot 1=11$ となり、条件を満たす。

よって $n=5$ (5点)

3. (1) $400=2^4 \cdot 5^2$ (2点)

- (2) 2^4 の正の約数のおのおのに 5^2 の正の約数をそれぞれ掛け合わせればよい。(下図参照)

	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	2	4	8	16
5	5	10	20	40	80
5^2	25	50	100	200	400

よって $3 \times 5 = 15$ (個) (4点)

- (3) $(1+2^1+2^2+2^3+2^4)(1+5+5^2)$ を展開すると、正の約数の総和になる。

よって $(1+2^1+2^2+2^3+2^4)(1+5+5^2) = 31 \cdot 31 = 961$ (4点)

1. a, b はともに10の約数であるから

$$\begin{cases} a=1 \\ b=10 \end{cases}, \begin{cases} a=2 \\ b=5 \end{cases}, \begin{cases} a=-1 \\ b=-10 \end{cases}, \begin{cases} a=-2 \\ b=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=10 \\ b=1 \end{cases}, \begin{cases} a=5 \\ b=2 \end{cases}, \begin{cases} a=-10 \\ b=-1 \end{cases}, \begin{cases} a=-5 \\ b=-2 \end{cases}$$

(4点)

2. $a(b+2)+b=3$

$$a(b+2)+(b+2)=5$$

$$(a+1)(b+2)=5 \quad \cdots \textcircled{1}$$

a, b は整数であるから, $a+1, b+2$ はともに5の約数である。

よって, ①を満たす整数 $a+1, b+2$ の組は, 次のようになる。

$$\begin{cases} a+1=1 \\ b+2=5 \end{cases}, \begin{cases} a+1=5 \\ b+2=1 \end{cases}, \begin{cases} a+1=-1 \\ b+2=-5 \end{cases}, \begin{cases} a+1=-5 \\ b+2=-1 \end{cases}$$

したがって, 整数 a, b の組は

$$\begin{cases} a=0 \\ b=3 \end{cases}, \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \end{cases}, \begin{cases} a=-2 \\ b=-7 \end{cases}, \begin{cases} a=-6 \\ b=-3 \end{cases}$$

(8点)

3. 両辺に $4ab$ を掛けると $4b-4a=ab$

$$ab+4a-4b=0$$

$$a(b+4)-4(b+4)+16=0$$

$$(a-4)(b+4)=-16$$

$a-4, b+4$ はともに -16 の約数である。

また, a, b は自然数であるから $a-4 > -4, b+4 > 4$

したがって $\begin{cases} a-4=-2 \\ b+4=8 \end{cases}, \begin{cases} a-4=-1 \\ b+4=16 \end{cases}$

よって $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}, \begin{cases} a=3 \\ b=12 \end{cases}$

(8点)

小テスト解答

No.13 整数の性質 最大公約数と最小公倍数 (1)

$$\begin{array}{r}
 1. \quad (1) \quad 2) \underline{90 \quad 126} \\
 \quad \quad \quad 3) \underline{45 \quad 63} \\
 \quad \quad \quad 3) \underline{15 \quad 21} \\
 \quad \quad \quad \quad 5 \quad 7
 \end{array}$$

よって、最大公約数は $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$
 最小公倍数は $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 630$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad 2) \underline{252 \quad 300 \quad 540} \\
 \quad \quad \quad 2) \underline{126 \quad 150 \quad 270} \\
 \quad \quad \quad 3) \underline{63 \quad 75 \quad 135} \\
 \quad \quad \quad 3) \underline{21 \quad 25 \quad 45} \\
 \quad \quad \quad 5) \underline{7 \quad 25 \quad 15} \\
 \quad \quad \quad \quad 7 \quad 5 \quad 3
 \end{array}$$

よって、最大公約数は $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
 最小公倍数は

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 18900$$

(各 3 点)

2. $a = \frac{m}{n}$ (m, n は互いに素である正の整数) とすると

$$\frac{35}{12} \times \frac{m}{n} = \frac{35m}{12n}, \quad \frac{77}{30} \times \frac{m}{n} = \frac{77m}{30n}$$

これら2つが正の整数になるとき、 m は12 と30 の公倍数であり、 n は35 と77 の公約数である。

さらに、最小の有理数を考えると、 m は12 と30 の最小公倍数であり、 n は35 と77 の最大公約数である。

$$\begin{array}{r}
 2) \underline{12 \quad 30} \\
 3) \underline{6 \quad 15} \\
 \quad \quad 2 \quad 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7) \underline{35 \quad 77} \\
 \quad \quad 5 \quad 11
 \end{array}$$

したがって $m = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 60$ $n = 7$

よって、求める最小の有理数 a は $\frac{60}{7}$ (8 点)

小テスト解答 No.14 整数の性質 最大公約数と最小公倍数 (2)

1. (1) 2数の積が1280であるから $ab = 1280 \dots \textcircled{1}$

また、最小公倍数が160であるから $160g = ab \dots \textcircled{2}$

①, ②より $160g = 1280$

ゆえに $g = 8$

(4点)

(2) (1)より $a = 8a'$, $b = 8b'$ (ただし, a' と b' は互いに素であり, $a' \leq b'$)
とおける。

①より $8a' \cdot 8b' = 1280$

$$a' \cdot b' = 20 \dots \textcircled{3}$$

③を満たすような, 互いに素である a' と b' の組は, $a' \leq b'$ に注意して

$$\begin{cases} a' = 1 \\ b' = 20, \end{cases} \quad \begin{cases} a' = 4 \\ b' = 5 \end{cases}$$

したがって, 求める2つの正の整数の組は

$$\begin{cases} a = 8 \\ b = 160, \end{cases} \quad \begin{cases} a = 32 \\ b = 40 \end{cases}$$

(16点)

小テスト解答 No.15 整数の性質 最大公約数と最小公倍数 (3)

1. 最大公約数が8であるから

$a = 8a'$, $b = 8b'$ (a' と b' は互いに素で, $a' \leq b'$) とおける。

和が56であるから $8a' + 8b' = 56$

すなわち $a' + b' = 7$

これを満たすような, 互いに素である a' と b' の組は

$$\begin{cases} a' = 1 \\ b' = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} a' = 2 \\ b' = 5, \end{cases} \quad \begin{cases} a' = 3 \\ b' = 4 \end{cases}$$

したがって, 求める2つの正の整数 a , b ($a \leq b$) の組は

$$\begin{cases} a = 8 \\ b = 48, \end{cases} \quad \begin{cases} a = 16 \\ b = 40, \end{cases} \quad \begin{cases} a = 24 \\ b = 32 \end{cases}$$

(20点)

小テスト解答

No.16 整数の性質 除法の性質と整数の分類

1. 条件より $a = 7 \cdot 15 + r$ ($0 \leq r < 15$) と表せる。

最大の整数は $r = 14$ のときで, $a = 7 \cdot 15 + 14 = 119$

最小の整数は $r = 0$ のときで, $a = 7 \cdot 15 = 105$

(4点)

2. 奇数は, $2k + 1$ (k は整数) と表すことができるから

$N = (2k + 1)^2 - 1$ とおく。

$N = 4k^2 + 4k + 1 - 1$

$= 4k(k + 1)$

k と $k + 1$ は連続する2つの整数であるから, 一方は2の倍数である。

よって, N は4と2の倍数の積で8の倍数である。

(8点)

3. $m = 3k + 2$, $n = 3l + 2$ (k, l は整数) と表すことができる。

このとき, $m + n = 3k + 3l + 4$

$= 3(k + l + 1) + 1$

ここで, $k + l + 1$ は整数であるから, $m + n$ を3で割った余りは1である。

(8点)

小テスト解答

No.17 整数の性質 ユークリッドの互除法

1. (1) $527 = 323 \times 1 + 204$

$323 = 204 \times 1 + 119$

$204 = 119 \times 1 + 85$

$119 = 85 \times 1 + 34$

$85 = 34 \times 2 + 17$

$34 = 17 \times 2$

よって、527 と 323 の最大公約数

は17である。

(2) $1066 = 286 \times 3 + 208$

$286 = 208 \times 1 + 78$

$208 = 78 \times 2 + 52$

$78 = 52 \times 1 + 26$

$52 = 26 \times 2$

よって、286 と1066 の最大公約数は**26**

である。

(各 6 点)

2. $8417 = 5759 \times 1 + 2658$

$5759 = 2658 \times 2 + 443$

$2658 = 443 \times 6$

よって、8417 と5759 の最大公約数は443 であることがわかり

$$\frac{5759}{8417} = \frac{443 \times 13}{443 \times 19} = \frac{13}{19}$$

となる。

(8 点)

小テスト解答 No.18 整数の性質 2元1次不定方程式 (1)

1. (1) $5 \cdot 2 + 6 \cdot (-1) = 4$ となるから、 $x = 2$ 、 $y = -1$ はこの不定方程式の整数解の1つである。 (3点)

(2) $5x + 6y = 4 \dots \textcircled{1}$

$5 \cdot 2 + 6 \cdot (-1) = 4 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ より $5(x - 2) + 6(y + 1) = 0$

すなわち $5(x - 2) = -6(y + 1) \dots \textcircled{3}$

ここで、5と6は互いに素であるから、 $x - 2$ は6の倍数である。

よって、 n を整数として

$x - 2 = 6n$ すなわち $x = 6n + 2$

と表される。これを $\textcircled{3}$ に代入して変形すると

$y + 1 = -5n$ すなわち $y = -5n - 1$

したがって、求めるすべての整数解は

$$\begin{cases} x = 6n + 2 \\ y = -5n - 1 \end{cases} \quad (n \text{は整数}) \quad (17 \text{点})$$

1. (1) $137 = 61 \times 2 + 15$

$$61 = 15 \times 4 + 1$$

$$15 = 1 \times 15$$

よって、137 と 61 の最大公約数は1 である。

(4 点)

(2) $137 = 61 \times 2 + 15 \quad \dots \textcircled{1}$

$$61 = 15 \times 4 + 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{より } 137 - 61 \times 2 = 15 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{より } 61 - 15 \times 4 = 1 \quad \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{3}$ を $\textcircled{4}$ に代入して

$$61 - (137 - 61 \times 2) \times 4 = 1$$

まとめると $137 \times (-4) + 61 \times 9 = 1$

したがって、1次不定方程式 $137x + 61y = 1$ の1組の整数解は

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = 9 \end{cases}$$

(8 点)

(3) $137x + 61y = 1 \quad \dots \textcircled{5}$

$$\textcircled{2} \text{より } 137 \times (-4) + 61 \times 9 = 1 \quad \dots \textcircled{6}$$

$\textcircled{5} - \textcircled{6}$ より

$$137(x + 4) + 61(y - 9) = 0$$

$$137(x + 4) = -61(y - 9) \quad \dots \textcircled{7}$$

ここで、(1)より137 と 61 は互いに素であるから、 $x + 4$ は61 の倍数である。

よって、 n を整数として

$$x + 4 = 61n \quad \text{すなわち} \quad x = 61n - 4$$

これを $\textcircled{7}$ に代入して変形すると $y = -137n + 9$

したがって、求めるすべての整数解は

$$\begin{cases} x = 61n - 4 \\ y = -137n + 9 \end{cases} \quad (n \text{は整数})$$

(8 点)

小テスト解答 No.20 整数の性質 記数法(1)

1. (1) $1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 = 7$

(2) $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 = 22$

(各 3 点)

2.

10 進法	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 進法	$1_{(2)}$	$10_{(2)}$	$11_{(2)}$	$100_{(2)}$	$101_{(2)}$	$110_{(2)}$	$111_{(2)}$	$1000_{(2)}$	$1001_{(2)}$	$1010_{(2)}$

(4 点)

3. (1) $10100_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 20} \text{ 余り} \\ 2 \overline{) 10} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 5} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 2} \cdots 1 \\ 1 \cdots 0 \end{array}$$

(2) $10001001_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 137} \text{ 余り} \\ 2 \overline{) 68} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 34} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 17} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 8} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 4} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 2} \cdots 0 \\ 1 \cdots 0 \end{array}$$

(各 2 点)

4. (1) $1 + 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4} = 1.25$

(2) $1 \cdot 2^1 + 1 + 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2^2} + 1 \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{27}{8} = 3.375$

(各 3 点)

小テスト解答 No.21 整数の性質 記数法(2)

1. (1) $1011_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 110 \\ \hline 1011 \end{array}$$

(2) $11010_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 1111 \\ \hline 11010 \end{array}$$

(3) $11_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 111 \\ - 100 \\ \hline 11 \end{array}$$

(4) $11010_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 100100 \\ - 1010 \\ \hline 11010 \end{array}$$

(各 3 点)

2. (1) $100011_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 101 \\ \hline 111 \\ 111 \\ \hline 100011 \end{array}$$

(2) $1011_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 111 \overline{)1001101} \\ \underline{111} \\ 1010 \\ \underline{111} \\ 111 \\ \underline{111} \\ 0 \end{array}$$

(各 4 点)

1. (1) $1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 = 194$ (2) 1243

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 198} \quad \text{余り} \\ 5 \overline{) 39} \cdots 3 \\ 5 \overline{) 7} \cdots 4 \\ \quad 1 \cdots 2 \end{array}$$

(各 4 点)

2. (1) $10110_{(2)}$ を 10 進法で表すと

$$10110_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 = 22$$

次に、22 を 3 進法で表すと、右の計算より

$$22 = 211_{(3)}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 22} \quad \text{余り} \\ 3 \overline{) 7} \cdots 1 \\ \quad 2 \cdots 1 \end{array}$$

(2) $1342_{(5)}$ を 10 進法で表すと

$$1342_{(5)} = 1 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 2 = 222$$

次に、222 を 3 進法で表すと、右の計算より

$$222 = 22020_{(3)}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 222} \quad \text{余り} \\ 3 \overline{) 74} \cdots 0 \\ 3 \overline{) 24} \cdots 2 \\ 3 \overline{) 8} \cdots 0 \\ \quad 2 \cdots 2 \end{array}$$

(3) $276_{(8)}$ を 10 進法で表すと

$$276_{(8)} = 2 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 6 = 190$$

次に、190 を 3 進法で表すと、右の計算より

$$190 = 21001_{(3)}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 190} \quad \text{余り} \\ 3 \overline{) 63} \cdots 1 \\ 3 \overline{) 21} \cdots 0 \\ 3 \overline{) 7} \cdots 0 \\ \quad 2 \cdots 1 \end{array}$$

(各 4 点)

1. 有限小数になるもの

(ア) 分母が $25=5^2$ であるから。

(オ) 分母が $40=2^3 \cdot 5$ であるから。

循環小数になるもの

(イ) $\frac{10}{33}=0.\dot{3}\dot{0}$ 循環節は**30**

(ウ) $\frac{7}{36}=0.19\dot{4}$ 循環節は**4**

(エ) $\frac{3}{37}=0.\dot{0}8\dot{1}$ 循環節は**081**

(各 4 点)