１節 平面上のベクトル

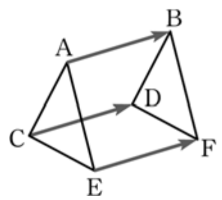
❶ 有向線分とベクトル

有向線分

（教科書 p.52）

　このような向きのついた線分を（①　　　　　　　　）という。
また，有向線分 AB において，A を（②　　　　　　），
B を（③　　　　　　）という。

例1 右の図のような△ ACE が△ BDF に移る平行移動は
（　　　　　　　　　）で表される。
この移動は（　　　　　　　　　　）などでも表すことができる。



ベクトル

（教科書 p.52）

　有向線分について，その位置を問題にせず，向きと長さだけに着目したものを（④　　　　　　　　）という。

　有向線分 AB の表すベクトルを（⑤　　　　　）と書く。また，有向線分 AB の長さをベクトル $\overrightarrow{AB}$ の（⑥　　　　　　）または長さといい，（⑦　　　　　　）で表す。

等しいベクトルと逆ベクトル

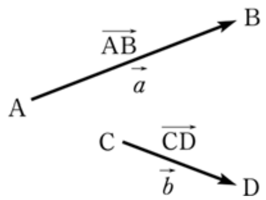
（教科書 p.53）

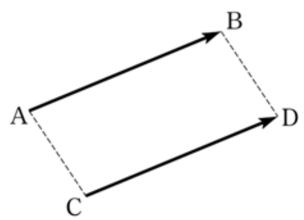
　ベクトルは大きさと向きによって定まるから，大きさが等しく向きが同じである 2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ は（⑧　　　　　　　）といい

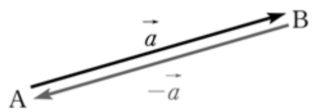
$$\vec{a}=\vec{b}$$

と書く。また，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ ということは有向線分 AB を平行移動して有向線分 CD に重ねることができるということである。

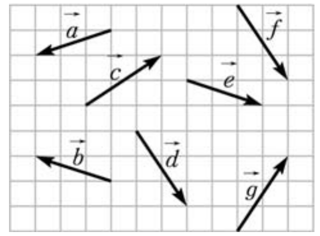
　ベクトル $\vec{a}$ と大きさが等しく，向きが反対のベクトルを $\vec{a}$ の（⑨　　　　　　　　）といい，（⑩　　　　　）で表す。







問1 右の図で，等しいベクトルを答えよ。
また，互いに逆ベクトルであるものを答えよ。



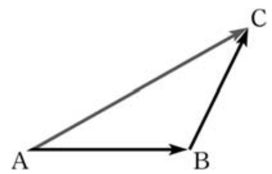
❷ ベクトルの加法・減法・実数倍

ベクトルの加法

（教科書 p.54）

問2 右の図において，次の和を求めよ。

（1）　$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$



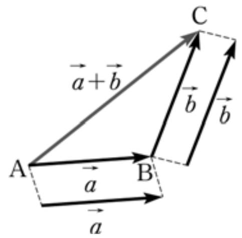
（2）　$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

一般に，2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の和は次のようになる。
まず 1 つの点 A をとり，次に

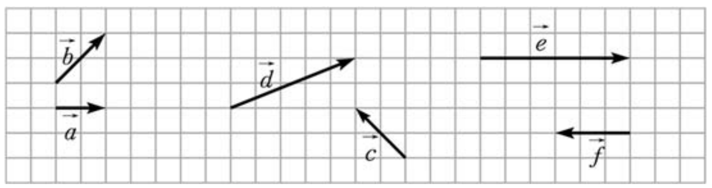
$$\vec{a}=\overrightarrow{AB},\quad \vec{b}=\overrightarrow{BC}$$

となるように点 B, C をとる。このとき，$\overrightarrow{AC}$ が $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の（⑪　　　　）を表している。

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の和を（⑫　　　　　）と書く。

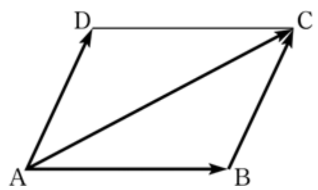


問3 下の図で，$\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{c}+\vec{d}$, $\vec{e}+\vec{f}$ を図示せよ。



例2 右の図の平行四辺形 ABCD において

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=$$
$$=$$



ベクトルの加法については，次のことが成り立つ。

ベクトルの加法の性質		
(1)	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$	交換法則
(2)	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$	結合法則

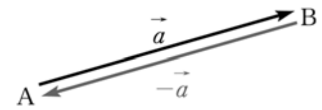
零ベクトル

（教科書 p.55）

$\overrightarrow{AA}$ は始点と終点が一致したベクトルである。これを（⑬　　　　　　）といい，（⑭　　　　）で表す。

$\vec{0}$ には次のような性質がある。

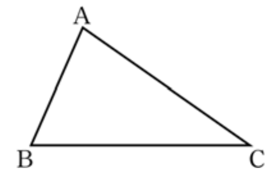
（⑮　　　　　　　），（⑯　　　　　　　　）



問4 平面上に 3 点 A, B, C がある。このとき

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$$

が成り立つことを示せ。



ベクトルの減法

（教科書 p.56）

ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ に対して，その（⑰　　　　　　　）を
（⑱　　　　　　　　　　　　）

と定める。$\vec{a}$, $\vec{b}$ が与えられたとき，差 $\vec{a}-\vec{b}$ は図 1 のようにかくことができる。

また，図 2 からわかるように，$\vec{x}=\vec{a}-\vec{b}$ は等式 $\vec{b}+\vec{x}=\vec{a}$ を満たすベクトルである。

図 3 において，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$ であるから

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$$

が成り立つ。

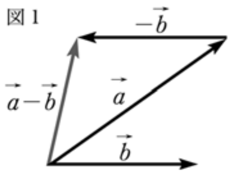
図 1


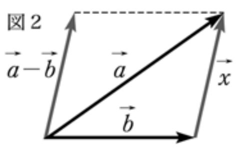
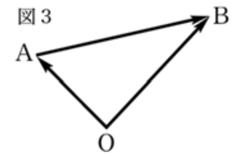
図 2


図 3


問5 問 3 で $\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{c}-\vec{d}$, $\vec{e}-\vec{f}$ を図示せよ。

ベクトルの実数倍

（教科書 p.56）

ベクトル $\vec{a}$ と実数 k に対して，（⑲　　　　　）すなわち（⑳　　　　　　　　）を次のように定める。

$\vec{a}\neq\vec{0}$ のとき，$k\vec{a}$ は

(1)　$k>0$ ならば，$\vec{a}$ と同じ向きで，大きさが k 倍のベクトル

とくに，$1\vec{a}=\vec{a}$

(2)　$k<0$ ならば，$\vec{a}$ と反対の向きで，大きさが $|k|$ 倍のベクトル

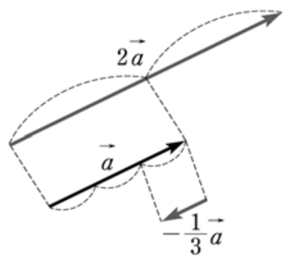
とくに，$(-1)\vec{a}=-\vec{a}$

(3)　$k=0$ ならば，$\vec{0}$　すなわち　$0\vec{a}=\vec{0}$

$\vec{a}=\vec{0}$ のとき，$k\vec{0}=\vec{0}$

例3 ベクトル $\vec{a}$ に対して，$2\vec{a}$ は（　　　　　　　　　　　　　　）のベクトルである。

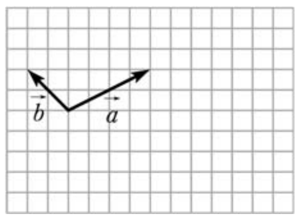
$-\frac{1}{3}\vec{a}$ は（　　　　　　　　　　　　　　　　）のベクトルである。



問6 右の図のように $\vec{a}$, $\vec{b}$ が与えられたとき，次のベクトルを図示せよ。

(1)　$2\vec{a}$　　　(2)　$-2\vec{b}$

(3)　$-\frac{1}{2}\vec{a}$　　　(4)　$2\vec{a}-\vec{b}$

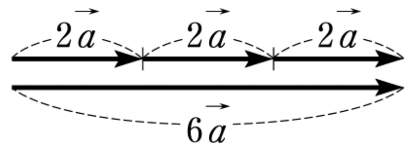


k, l を実数とするとき，次のことが成り立つ。

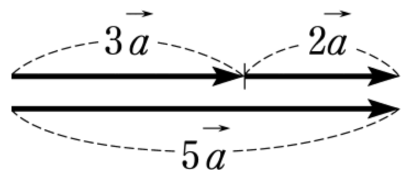
ベクトルの実数倍の性質
(1)　$\boldsymbol{k(l\vec{a})=(kl)\vec{a}}$
(2)　$\boldsymbol{(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}}$
(3)　$\boldsymbol{k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}}$

これらの性質は，次の図を用いて確かめることができる。

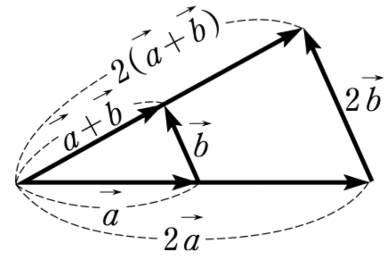
(1)　$3(2\vec{a})=6\vec{a}$



(2)　$3\vec{a}+2\vec{a}=5\vec{a}$



(3)　$2(\vec{a}+\vec{b})=2\vec{a}+2\vec{b}$



例4 $3(\vec{a}-2\vec{b})+2(3\vec{a}+\vec{b})=$

$=$　　　　　　$=$

問7 次の計算をせよ。

(1)　$3\vec{a}+4\vec{a}-2\vec{a}$

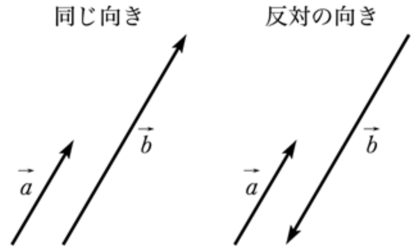
(2)　$3(\vec{a}-2\vec{b})-4(\vec{a}-\vec{b})$

問8 $6\vec{a}-\vec{x}=2\vec{x}+3\vec{b}$ であるとき，$\vec{x}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

ベクトルの平行

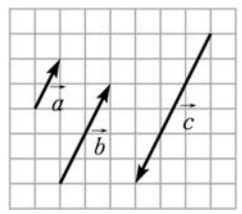
（教科書 p.58）

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が同じ向き，または反対の向きであるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は（㉑　　　　　）であるといい，（㉒　　　　　）と書く。



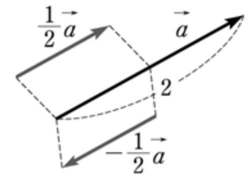
ベクトルの平行条件
$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき $\boldsymbol{\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}}\iff\boldsymbol{\vec{b}=k\vec{a}}$ **となる実数 $\boldsymbol{k}$ がある**

例5 右の図において，$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$ であり，（　　　　　）と表すことができる。



問9 例 5 の図において，$\vec{c}$ を $\vec{a}$ で表せ。また，$\vec{a}$, $\vec{b}$ を $\vec{c}$ で表せ。

例6 $|\vec{a}|=2$ のとき，$\vec{a}$ と平行で大きさが 1 のベクトルは



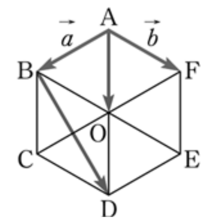
大きさが 1 のベクトルを（㉓　　　　　）という。

ベクトルの分解

（教科書 p.59）

例題 1 右の正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とする。次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

（1）$\overrightarrow{AO}$　　（2）$\overrightarrow{BD}$



解

問 10 例題 1 において，次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。 p.72 Training 1

（1）$\overrightarrow{BF}$

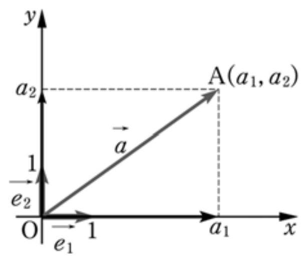
（2）$\overrightarrow{DF}$

③ ベクトルの成分

座標とベクトル

（教科書 p.60）

O を原点とする座標平面上で，x 軸，y 軸の正の向きと同じ向きの単位ベクトルを（㉔　　　　　　　　）といい，それぞれ（㉕　　　　　　）で表す。



与えられたベクトル $\vec{a}$ に対して，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ となる点 A をとり，その座標を $(a_1,\ a_2)$ とすると，$\vec{a}$ は

$$\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}$$

と表される。この a_1，a_2 をそれぞれ $\vec{a}$ の（㉖　　　　　　　　）といい，$\vec{a}$ を

（㉗　　　　　　　　）

と書き表す。この表し方を $\vec{a}$ の（㉘　　　　　　）という。

とくに，$\vec{0}$，および $\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$ の成分表示は次のようになる。

$$\vec{0}=(0,\ 0),\quad \vec{e_1}=(1,\ 0),\quad \vec{e_2}=(0,\ 1)$$

また，2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ に対して

（㉙　　　　　　　　　　　　　）

$\vec{a}$ の大きさ $|\vec{a}|$ は，線分 OA の長さであるから，成分表示されたベクトルの大きさは，次のようになる。

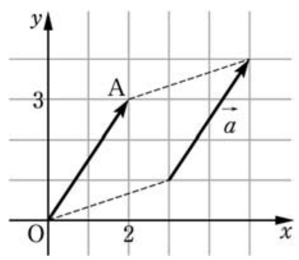
ベクトルの大きさ
$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ のとき　$\|\vec{\boldsymbol{a}}\|=\sqrt{\boldsymbol{a_1}^2+\boldsymbol{a_2}^2}$

例7 右の図の $\vec{a}$ を成分表示し，その大きさを求めてみよう。

$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ となる点 A の座標は（　　　　　　）であるから

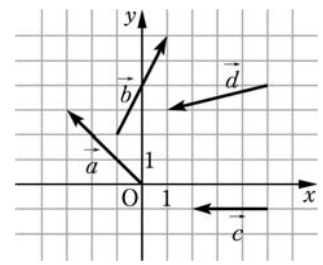
$\vec{a}=$

また　$|\vec{a}|=$　　　　$=$



（教科書 p.61）

問 11 右の図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を成分表示し，その大きさを求めよ。



成分による計算

（教科書 p.61）

一般に，ベクトルの成分による計算について，次のことが成り立つ。

成分による計算
(1)　$(a_1,\ a_2)+(b_1,\ b_2)=(a_1+b_1,\ a_2+b_2)$ (2)　$(a_1,\ a_2)-(b_1,\ b_2)=(a_1-b_1,\ a_2-b_2)$ (3)　$k(a_1,\ a_2)=(ka_1,\ ka_2)$　　k は実数

例8 $\vec{a}=(2,\ 5)$，$\vec{b}=(-2,\ 3)$ のとき，$4\vec{a}+3\vec{b}$ を成分表示してみよう。

$4\vec{a}+3\vec{b}=$

$=$

$=$

問 12 $\vec{a}=(2,\ -3)$，$\vec{b}=(-1,\ 2)$ のとき，次のベクトルを成分表示せよ。　p.72 Training 2

(1)　$\vec{a}+\vec{b}$

(2)　$2\vec{a}-5\vec{b}$

(3)　$3(2\vec{a}-6\vec{b})-5(\vec{a}-4\vec{b})$

単位ベクトルと成分表示

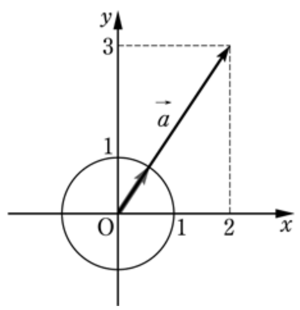
（教科書 p.62）

例9 $\vec{a}=(2,\ 3)$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを成分表示してみよう。

$|\vec{a}|=$　　　　$=$

であるから，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルは

である。



問 13 次のベクトルと同じ向きの単位ベクトルを成分表示せよ。　p.72 Training 3

(1)　$\vec{a}=(4,\ -3)$

(2)　$\vec{b}=(-1,\ 2)$

座標と成分表示

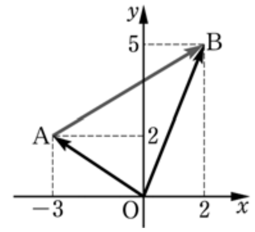
（教科書 p.63）

例 10 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$，$\mathrm{B}(2,\ 5)$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分表示し，その大きさを求めてみよう。

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=$　　　　$=$

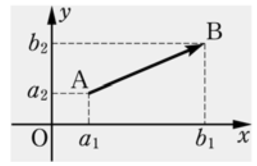
$=$　　　　　　　$=$

$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=$　　　　$=$



一般に，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分表示と大きさは次のようになる。

座標と成分表示
$\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ のとき (1)　$\overrightarrow{\mathbf{AB}}=(\boldsymbol{b_1-a_1},\ \boldsymbol{b_2-a_2})$ (2)　$\lvert\overrightarrow{\mathbf{AB}}\rvert=\sqrt{(\boldsymbol{b_1-a_1})^2+(\boldsymbol{b_2-a_2})^2}$



問 14 3 点 $\mathrm{A}(-2,\ 6)$，$\mathrm{B}(3,\ -1)$，$\mathrm{C}(3,\ -4)$ について，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CA}}$ の成分表示を求めよ。また，その大きさを求めよ。

例題 2 平面上に 3 点 $\mathrm{A}(3,\ 2)$，$\mathrm{B}(7,\ 3)$，$\mathrm{C}(-1,\ 6)$ がある。四角形 ABCD が平行四辺形となるような点 D の座標を求めよ。

解

問 15 平面上に 3 点 $\mathrm{A}(-2,\ -2)$，$\mathrm{B}(9,\ 2)$，$\mathrm{D}(-9,\ 0)$ がある。四角形 ABCD が平行四辺形となるような点 C の座標を求めよ。 p.72 Training 4

ベクトルの平行

（教科書 p.64）

$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき，

(㉚)

が成り立つ。

例 11 $\vec{a}=(1,\ -2)$，$\vec{b}=(-3,\ 6)$ のとき，

( ) となるから

( )

である。

例題 3 $\vec{a}=(4,\ -6)$，$\vec{b}=(x,\ 9)$ が平行になるように，x の値を定めよ。

解

問 16 $\vec{a}=(1,\ -2)$，$\vec{b}=(-3,\ y)$ が平行になるように，y の値を定めよ。 p.72 Training 5,6

例題 4 $\vec{a}=(4,\ 3)$ に平行で，大きさが 10 であるベクトルを求めよ。

解

問 17 $\vec{a}=\left(\sqrt{3},\ -1\right)$ に平行で，大きさが 6 であるベクトルを求めよ。 p.72 Training 7　p.106 Level Up 1

$k\vec{a}+l\vec{b}$ の形で表されるベクトル

（教科書 p.65）

例題 5 $\vec{a}=(2,\ 3)$，$\vec{b}=(-1,\ 2)$ のとき，$\vec{c}=(3,\ 8)$ を $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形に表せ。

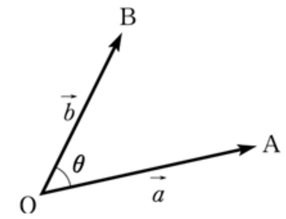
解

問 18 $\vec{a}=(3,\ 5)$，$\vec{b}=(-2,\ 2)$ のとき，$\vec{c}=(16,\ 0)$ を $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形に表せ。 p.72 Training 8

4 ベクトルの内積

ベクトルの内積

（教科書 p.66）

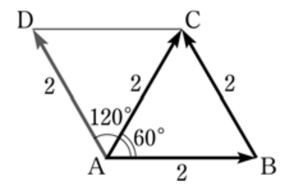


$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対し，点 O を始点として，
$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ となるように点 A，B をとる。このとき
$\angle\mathrm{AOB}=\theta$
を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の（㉛　　　　　　）という。ただし，$0°\leqq\theta\leqq180°$ とする。
このとき，$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の（㉜　　　　　　）といい，
（㉝　　　　　　）で表す。

ベクトルの内積
2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角を θ とするとき $\boldsymbol{\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta}$

注意　内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ はベクトルではなく実数である。

例 12 右の図のような平行四辺形 ABCD において，次の内積を求めてみよう。

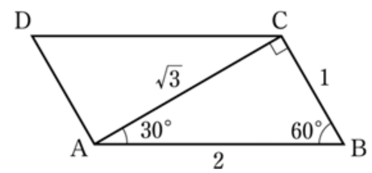


$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=$　　　　　　$=$

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=$

　　　$=$　　　　　　$=$

問 19 右の図のような平行四辺形ABCD において，次の内積を求めよ。



p.72 Training 9

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

(3) $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD}$

(4) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

内積と成分

(教科書 p.67)

内積と成分
$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$, $\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき $\boldsymbol{\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2}$

例 13 $\vec{a}=(2,\ 3)$, $\vec{b}=(-1,\ 4)$ のとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めてみよう。

$\vec{a}\cdot\vec{b}=$ $\qquad=$

問 20 次のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(1) $\vec{a}=(-2,\ 3)$, $\vec{b}=(5,\ 4)$

(2) $\vec{a}=(3,\ 5)$, $\vec{b}=(-4,\ 1)$

(3) $\vec{a}=(7,\ 3)$, $\vec{b}=(-3,\ 7)$

(4) $\vec{a}=(3,\ \sqrt{3})$, $\vec{b}=(-\sqrt{3},\ 1)$

ベクトルのなす角

(教科書 p.68)

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$, $\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のなす角を θ とすると，内積の定義 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ より，次のことが成り立つ。

$$\boldsymbol{\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2}\sqrt{b_1{}^2+b_2{}^2}}}\quad \text{ただし，} 0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$$

例題 6 次の 2 つのベクトルのなす角 θ を求めよ。

$\vec{a}=(2,\ 1)$, $\quad\vec{b}=(1,\ 3)$

解

問 21 次のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。 p.72 Training 10

(1) $\vec{a}=(3,\ 0)$, $\vec{b}=(1,\ \sqrt{3})$

(2) $\vec{a}=\left(1,\ \sqrt{3}\right)$, $\vec{b}=\left(\sqrt{3},\ 1\right)$

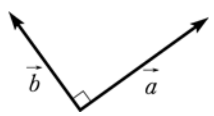
(3) $\vec{a}=(2,\ 1)$, $\vec{b}=(3, -6)$

(4) $\vec{a}=(1,\ -2)$, $\vec{b}=(-2,\ 4)$

ベクトルの垂直

(教科書 p.68)

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角が $90°$ であるとき，
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は（㉞　　　　　　）であるといい，（㉟　　　　　　）で表す。



(教科書 p.69)

ベクトルの垂直条件
$\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき　　$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\ \Leftrightarrow\ \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$

さらに，$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$, $\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のときには，次のように表される。
（㊱　　　　　　　　　　　　）

例 14 $\vec{a}=(2,\ 3)$, $\vec{b}=(-6,\ x)$ が垂直になるような x の値を求めてみよう。
$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ より　　　　　　　　$=$
よって　$x=$

問 22 $\vec{a}=(x+2,\ -6)$, $\vec{b}=(9,\ x)$ が垂直になるような x の値を求めよ。

例題 7 $\vec{a}=(-3,\ 1)$ に垂直で，大きさが 10 であるベクトルを求めよ。

解

問 23 $\vec{a}=(3,\ 4)$ に垂直な単位ベクトルを求めよ。

内積の性質

（教科書 p.70）

内積の性質		
(1)	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$	
(2)	$\vec{a}\cdot\vec{a}=\lvert\vec{a}\rvert^2$	
(3)	$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k(\vec{a}\cdot\vec{b})=\vec{a}\cdot(k\vec{b})$	k は実数
(4)	$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$	
(5)	$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$	

例 15 $\lvert\vec{a}\rvert=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ のとき，$\vec{a}\cdot(\vec{a}-3\vec{b})$ の値を求めてみよう。

$\vec{a}\cdot(\vec{a}-3\vec{b})=$

$=$ 　　　　$=$

問 24 $\lvert\vec{a}\rvert=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=-3$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\vec{a}\cdot(2\vec{b}-3\vec{c})$

(2) $2\vec{a}\cdot(\vec{a}+4\vec{c})$

例題 8 次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert^2=\lvert\vec{a}\rvert^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\lvert\vec{b}\rvert^2$$

証明

問 25 次の等式が成り立つことを証明せよ。

(1) $\lvert\vec{a}-\vec{b}\rvert^2=\lvert\vec{a}\rvert^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\lvert\vec{b}\rvert^2$

(2) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\lvert\vec{a}\rvert^2-\lvert\vec{b}\rvert^2$

例題 9 $|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=3,\ \vec{a}\cdot\vec{b}=-1$ のとき，$|\vec{a}+2\vec{b}|$の値を求めよ。

考え方 内積の性質(2)から，$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$ を利用する。

解

問 26 $|\vec{a}|=1,\ |\vec{b}|=3,\ \vec{a}\cdot\vec{b}=2$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $|\vec{a}+\vec{b}|$

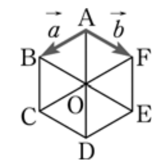
(2) $|2\vec{a}-\vec{b}|$

問 27 $|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=3,\ |\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{5}$ のとき，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ。 p.72 Training 11 p.106 Level Up 2,3

Training

（教科書 p.72）

1 右の正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とする。次のベクトルを $\vec{a},\ \vec{b}$ で表せ。



(1) $\overrightarrow{CB}$

(2) $\overrightarrow{CF}$

(3) $\overrightarrow{CE}$

(4) $\overrightarrow{EA}$

2 $\vec{a}=(-3,\ 1),\ \vec{b}=(-4,\ -2)$ のとき，次のベクトルを成分表示せよ。

(1) $\vec{b}-\vec{a}$

(2) $-3\vec{a}+2\vec{b}$

(3) $2(\vec{b}-2\vec{a})+5\vec{a}-3\vec{b}$

3 次のベクトルと同じ向きの単位ベクトルを成分表示せよ。

(1) $\vec{a}=(-3,\ 2)$

(2) $\vec{b}=(1,\ -7)$

4 平面上に 3 点 A$(1,\ 3)$，C$(-2,\ -2)$，D$(3,\ -5)$ がある。四角形 ABCD が平行四辺形となるような点 B の座標を求めよ。

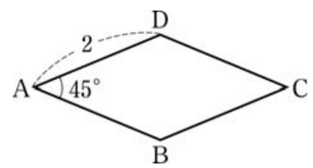
5 $\vec{a}=(x,\ -2)$，$\vec{b}=(-3,\ -4)$ が平行になるように，x の値を定めよ。

6 $\vec{a}=(3,\ -2)$，$\vec{b}=(1,\ -4)$，$\vec{c}=(-1,\ 2)$ のとき，$\vec{a}+t\vec{b}$ が $\vec{c}$ と平行になるように，実数 t の値を定めよ。

7 $\vec{a}=\left(-2,\ \sqrt{5}\right)$ に平行で，大きさが $\sqrt{3}$ であるベクトルを求めよ。

8 $\vec{a}=(2,\ -5)$, $\vec{b}=(-3,\ 2)$ のとき，$\vec{c}=(1,\ -8)$ を $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形に表せ。

9 右の図のようなひし形 ABCD において，次の内積を求めよ。



(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$

(2) $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{BC}$

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}$

10 次のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

(1) $\vec{a}=(-1,\ 4)$, $\vec{b}=(2,\ -8)$

(2) $\vec{a}=(1,\ -\sqrt{3})$, $\vec{b}=(-\sqrt{3},\ 1)$

(3) $\vec{a}=(2,\ 1)$, $\vec{b}=(1,\ -2)$

(4) $\vec{a}=(1,\ \sqrt{2})$, $\vec{b}=(1-\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2})$

11 $|\vec{a}| = 2,\ |\vec{b}| = 3\sqrt{2},\ |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{13}$ のとき，$\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値および $\vec{a},\ \vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。