

[Level Up]

(教科書 p.106~107)

1 $\vec{OA} = (4, 2)$, $\vec{OB} = (-1, -2)$ とするとき, 始点を O とし, $\angle AOB$ の二等分線と平行で, 大きさが 2 であるベクトルを求めよ。

2 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$ で, $\vec{a} - \vec{b}$ と $2\vec{a} + 5\vec{b}$ が垂直であるとき, \vec{a} , \vec{b} のなす角 θ を求めよ。

3 $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 3\sqrt{5}$ のとき, 次の間に答えよ。
(1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ および $|\vec{a} + \vec{b}|$ の値を求めよ。

(2) $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値と、そのときの t の値 t_1 を求めよ。

(2) 3点 $A(2, 4)$, $B(-5, 3)$, $C(1, -1)$ であるとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(3) (2)の t_1 に対して、 $\vec{a} + t_1\vec{b}$ と \vec{b} とは垂直であることを確かめよ。

5 $\triangle ABC$ において、辺 AB を $4:3$ に内分する点を M 、辺 AC を $5:3$ に内分する点を N とし、線分 BN と CM の交点を P とする。

(1) \vec{AP} を \vec{AB} , \vec{AC} で表せ。

4 (1) $\triangle ABC$ の面積を S とするとき、 $S = \frac{1}{2}\sqrt{|\vec{AB}|^2|\vec{AC}|^2 - (\vec{AB} \cdot \vec{AC})^2}$ であることを示せ。

(2) 直線 AP と辺 BC の交点を Q とするとき, BQ : QC および AP : PQ を求めよ。

(2) 2 直線 AP, BC の交点を Q とする。点 Q は線分 BC をどのような比に内分するか。また, 点 P は線分 AQ をどのような比に内分するか。

(3) $\triangle PBC$, $\triangle PCA$, $\triangle PAB$ の面積の比を求めよ。

6 $\triangle ABC$ と点 P があり, 次の式を満たしているとき, 次の問に答えよ。

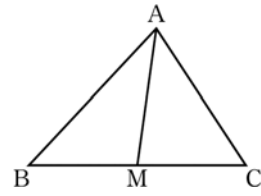
$$\overrightarrow{AP} + 2\overrightarrow{BP} + 3\overrightarrow{CP} = \mathbf{0}$$

(1) $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ として, \overrightarrow{AP} を \vec{b} , \vec{c} で表せ。

- 7 $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を M とするとき、次の等式が成り立つことをベクトルを用いて証明せよ。

$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

(中線定理)



- 8 平面上の2直線 $2x - y - 1 = 0$, $3x + y + 2 = 0$ に対して、次の間に答えよ。

(1) 2直線の法線ベクトルをそれぞれ1つ求めよ。

(2) 2直線のなす角 θ を求めよ。

- 9 点 $A(1, -4, -3)$ に対して、次の点の座標を求めよ。

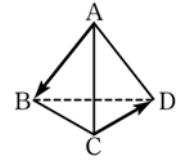
(1) xy 平面に関して対称な点 B

(2) z 軸に関して対称な点 C

(3) 原点に関して対称な点 D

(4) 平面 $y = 2$ に関して対称な点 E

10 正四面体 ABCD において、 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ であることを示せ。



(2) 直線 AD は平面 ABC に垂直であることを示せ。

(3) 四面体 ABCD の体積 V を求めよ。

11 4点 $A(-1, 1, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(0, 4, -4)$, $D(-2, 4, 2)$ がある。

(1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

12 点 $(-2, 3, 1)$ を中心とする球が平面 $x = 3$ と接している。

(1) この球の方程式を求めよ。

(2) この球が平面 $y = -1$ と交わってできる円の中心と半径を求めよ。