1節 数列

❶ 数列

(教科書 p.8)

数をある規則に従って順に並べたものを(①　　　　　　　　)といい，それぞれの数を(②　　　　　　　　)という。

数列を一般的に表すには，1 つの文字に項の番号を添えて

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ \cdots$$

のように書く。そして，それぞれの項をこの数列の(③　　　　　　　　)(第 1 項)，第 2 項，第 3 項，…といい，n 番目の項 a_n を(④　　　　　　　　)という。

また，この数列を簡単に(⑤　　　　　　　　)と表す。

問1 次の数列の初項から第 5 項までを求めよ。

(1)　7 から始めて，次々に 5 を加えて得られる数列

(2)　2 から始めて，次々に 3 を掛けて得られる数列

一般に，数列 $\{a_n\}$ において，a_n を n の式で表したとき，この a_n を数列 $\{a_n\}$ の(⑥　　　　　　　　)という。

例1 数列 $\{a_n\}$ の一般項が，$a_n = 3n - 1$ であるとき

初項は

第 2 項は

第 3 項は

第 4 項は

となる。これは，初項 2 に，次々に(　　　　　　　　)得られる数列である。

問2 一般項が次のように表される数列 $\{a_n\}$ の初項から第 5 項までを求めよ。

(1)　$a_n = 3n + 1$

(2)　$a_n = n^2$

(3)　$a_n = (-2)^n$

例2 正の 5 の倍数を小さい方から順に並べた数列 $\{a_n\}$ の初項から第 5 項までは

であり，一般項は次のように表される。

問3 次の数列の初項から第 5 項までを書き，一般項を求めよ。

(1)　正の 3 の倍数を小さい方から順に並べた数列 $\{a_n\}$

(2)　正の奇数を小さい方から順に並べた数列 $\{b_n\}$

項の個数が有限である数列を（⑦　　　　　　　　）といい，項の個数が有限でない数列を（⑧　　　　　　　　）という。有限数列では，項の個数を（⑨　　　　　　），最後の項を（⑩　　　　　　）という。

例3 正の 4 の倍数を小さい方から順に 10 個並べた数列

$$4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ 24,\ 28,\ 32,\ 36,\ 40$$

は（　　　　　　　　）で，初項は（　　　　　），末項は（　　　　　），項数は（　　　　　）である。

❷ 等差数列

等差数列

（教科書 p.10）

初項 a から始めて，一定の数 d を次々に加えて得られる数列を（⑪　　　　　　　　）といい，d をその等差数列の（⑫　　　　　　）という。

例4 (1)　正の奇数を小さい方から順に並べた数列

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ \cdots$$

は，初項（　　　　　），公差（　　　　　）の等差数列である。

(2)　初項 8，公差 -2 の等差数列は，次のようになる。

問4 次の等差数列の初項と公差を求めよ。また，第 5 項を求めよ。

(1)　$3,\ 7,\ 11,\ 15,\ \cdots$

(2)　$7,\ 1,\ -5,\ -11,\ \cdots$

問5 次の等差数列の初項から第 5 項までを求めよ。

(1)　初項 5，公差 8

(2)　初項 9，公差 -3

等差数列の一般項

（教科書 p.10）

等差数列の一般項
初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は $$\boldsymbol{a_n = a + (n-1)d}$$

例5 初項 2，公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

また，この数列の第 20 項は

問6 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第 25 項を求めよ。

(1)　初項 3，公差 5

(2)　初項 7，公差 -4

例題 1 初項 4，公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ がある。この数列の一般項を求めよ。また，55 はこの数列の第何項か。

解

問7 初項 6，公差 -5 の等差数列 $\{a_n\}$ がある。この数列の一般項を求めよ。
また，-54 はこの数列の第何項か。

p.22 Training 1

例題 2 第 4 項が 14，第 10 項が 62 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

考え方 初項，公差がわかれば，一般項 $a_n = a + (n-1)d$ を求めることができる。

解

問8 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

p.22 Training 2

(1)　初項が 3，第 15 項が 87

(2) 第 3 項が 6，第 10 項が -29

例題 3 初項 20，公差 -3 である等差数列 $\{a_n\}$ の第何項が初めて負となるか。

解

問9 初項 50，公差 -4 である等差数列 $\{a_n\}$ の第何項が初めて負となるか。 p.22 Training 3

③ 等差数列の和

等差数列の和

(教科書 p.13)

等差数列の和
初項 a，公差 d，項数 n，末項 l の等差数列の和を S_n とすると $\boldsymbol{S_n = \frac{1}{2}n(a+l) = \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}}$

例6 (1) 初項 3，末項 19，項数 9 の等差数列の和 S_9 は

(2) 初項 4，公差 3，項数 17 の等差数列の和 S_{17} は

問 10 次の等差数列の和を求めよ。 p.22 Training 4

(1) 初項 7，末項 61，項数 10

(2) 初項 -10，公差 4，項数 13

例7 5 から 31 までの奇数の和 $5+7+9+\cdots+31$ を求めてみよう。

これは，初項 5，公差 2 の等差数列の和である。

末項31 を第 n 項とすると

これより，

よって，求める奇数の和 S_{14} は

問 11 等差数列の和 $(-5)+(-2)+1+\cdots+22$ を求めよ。

例題 4 初項 24，公差 -4 の等差数列において，初項から第何項までの和が -60 となるか。

解

問 12 初項 -21，公差 3 の等差数列において，初項から第何項までの和が 81 となるか。

p.22 Training 5

1 から n までの自然数 1，2，3，…，n の和は，初項 1，末項 n，項数 n の等差数列の和であるから，次の公式が得られる。

（⑬　　　　　　　　　　　　）

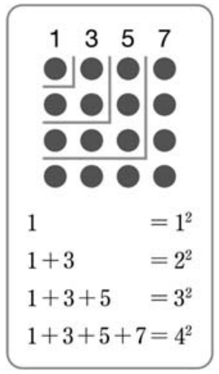
また，1 から始まる n 個の奇数の和

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)$$

は，初項 1，末項 $2n-1$，項数 n の等差数列の和であるから，次のようになる。

$$\frac{1}{2}n\{1+(2n-1)\}=n^2$$

よって　（⑭　　　　　　　　　　　　）



問 13 次の数の和を求めよ。

(1)　1 から 100 までの自然数

(2)　1 から 59 までの奇数

例題 5 2 桁の自然数のうち，3 の倍数であるものの和を求めよ。

解

10	11	12
13	14	15
16	17	18
………		…
………		…
97	98	99

問 14 2 桁の自然数のうち，7 の倍数であるものの和を求めよ。 p.22 Training 6 p.46 Level Up 1-3

4 等比数列

等比数列

（教科書 p.16）

初項 a から始めて一定の数 r を次々に掛けて得られる数列を（⑮　　　　　　）といい，r をその等比数列の（⑯　　　　　　）という。

例8 (1)　等比数列 $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ \cdots$ の初項は（　　　　），公比は（　　　　）である。

(2)　初項 2，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列は，次のようになる。

問 15 次の等比数列の初項と公比を求めよ。また，第 5 項を求めよ。

(1)　$6,\ 3,\ \frac{3}{2},\ \frac{3}{4},\ \cdots$

(2)　$2,\ -6,\ 18,\ -54,\ \cdots$

問 16 次の等比数列の初項から第 5 項までを求めよ。

(1)　初項 2，公比 3

(2)　初項 9，公比 $\frac{1}{3}$

等比数列の一般項

（教科書 p.16）

等比数列の一般項
初項 a，公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は $\boldsymbol{a_n = ar^{n-1}}$

例9 (1)　初項 5，公比 4 の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は

(2)　初項 -1，公比 -3 の等比数列 $\{b_n\}$ の一般項は

問 17 次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　初項 1，公比 5

(2)　$3,\ -\frac{3}{2},\ \frac{3}{4},\ -\frac{3}{8},\ \cdots$

例題 6 第 2 項が 6，第 4 項が 24 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

考え方 初項，公比がわかれば，一般項 $a_n = ar^{n-1}$ を求めることができる。

解

問 18 第 3 項が 36，第 5 項が 324 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。 p.22 Training 7

⑤ 等比数列の和

等比数列の和

（教科書 p.18）

等比数列の和
初項 a，公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は $r \neq 1$ のとき　$\boldsymbol{S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}}$ $r = 1$ のとき　$\boldsymbol{S_n = na}$

例 10 (1)　初項 3，公比 2 の等比数列の初項から第 5 項までの和 S_5 は

(2)　初項 8，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列の初項から第 6 項までの和 S_6 は

(3)　等比数列 2，-6，18，-54，162，… の初項は 2，公比は -3 であるから，その初項から第 n 項までの和 S_n は

問 19 次の等比数列の和を求めよ。

p.22 Training 8(1)

(1)　初項 6，公比 3，項数 4

(2)　初項 3，公比 -2，項数 6

問 20 次の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

p.22 Training 8(2)

(1)　1，3，9，27，…

(2)　2，1，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，…

問 21 1 日目に 1 円，2 日目に 2 円，3 日目に 4 円というように，毎日，前日の 2 倍の金額を貯金していくと，10 日目には貯金の総額はいくらになるか。また， 20 日目にはどうか。

例題 7 初項から第 3 項までの和が 21，初項から第 6 項までの和が 189 である等比数列の初項と公比を求めよ。ただし，公比は実数とする。

解

問 22 初項から第 3 項までの和が 35，初項から第 6 項までの和が 315 である等比数列の初項と公比を求めよ。ただし，公比は実数とする。 p.22 Training 9

参考　等差中項と等比中項

（教科書 p.21）

一般に，3 つの数 a，b，c がこの順で等差数列であるとき

$$b-a=c-b$$

よって　　（⑰　　　　　　　　　）　が成り立つ。

この b を（⑱　　　　　　　　）という。

問1 次の 3 つの数がこの順で等差数列であるとき，x の値を求めよ。

(1)　5，x，13

(2)　$\frac{1}{6}$，x，$\frac{1}{2}$

一般に，0 でない 3 つの数 a，b，c がこの順で等比数列であるとき

$$\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$$

よって　　（⑲　　　　　　　　）が成り立つ。

この b を（⑳　　　　　　　　）という。

問2 次の 3 つの数がこの順で等比数列であるとき，x の値を求めよ。

(1)　3，x，12

(2)　2，x，3

Training

（教科書 p.22）

1 初項 -41，公差 4 の等差数列 $\{a_n\}$ がある。この数列の一般項を求めよ。
また，3 はこの数列の第何項か。

2 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
(1)　初項が -2，第 5 項が 26

(2)　第 3 項が 41，第 7 項が 29

3 初項 -55，公差 4 である等差数列 $\{a_n\}$ の第何項が初めて正となるか。

4 次の等差数列の和を求めよ。
(1)　初項 -1，末項 43，項数 12

(2)　初項 8，公差 -3，項数 11

5 初項 -40，公差 6 の等差数列において，初項から第何項までの和が初めて正となるか。

6 3 桁の自然数のうち，9 の倍数であるものの和を求めよ。

7 第 2 項が 6，第 5 項が 48 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

8 次の等比数列の和を求めよ。

(1) 初項 6，公比 2，項数 5 の等比数列の和

(2) 等比数列 $\frac{2}{3}$，$\frac{2}{9}$，$\frac{2}{27}$，$\cdots$ の初項から第 n 項までの和

9 初項から第 3 項までの和が 7，初項から第 6 項までの和が -182 である等比数列の初項と公比を求めよ。ただし，公比は実数とする。