| 小テスト | No.60　微分と積分　微分係数 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 年 | 組 | 番 | 名前 | | ／20 |

**1.** 関数 $f(x)=x^2-3x$ について，次のときの平均変化率を求めよ。

(1) $x$ が 2 から 4 まで変わるとき

(2) $x$ が $a$ から $a+h$ まで変わるとき

**2.** 関数 $f(x)=2x^2-3$ において，$x=2$ における微分係数を定義にしたがって求めよ。

**3.** 放物線 $y=-x^2+1$ 上の点 $(1,\ 0)$ における接線の傾きを求めよ。

| 小テスト | No.61　微分と積分　導関数 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 導関数の定義にしたがって，関数 $f(x)=2x^2+1$ を微分せよ。

**2.** 次の関数を［　　］内の文字を変数として微分せよ。

(1)　$y=-2x^2+3x-2$　〔$x$〕

(2)　$y=(x+1)^3$　〔$x$〕

(3)　$S=4\pi r^2$　〔$r$〕

**3.** 関数 $f(x)=x^3-ax^2+3x-2$ について，$f'(-1)=0$ となるような定数 $a$ の値を求めよ。

| 小テスト | No.62　微分と積分　接線 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 曲線 $y=2x^2+3x+1$ 上の点 $(-2,\ 3)$ における接線の方程式を求めよ。

**2.** 点 $\mathrm{A}(2,\ 2)$ から曲線 $y=x^2+2$ へ引いた接線の方程式を求めよ。

| 小テスト | No.63　微分と積分　関数の増減と極大・極小（1） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.**　次の関数の増減を調べよ。

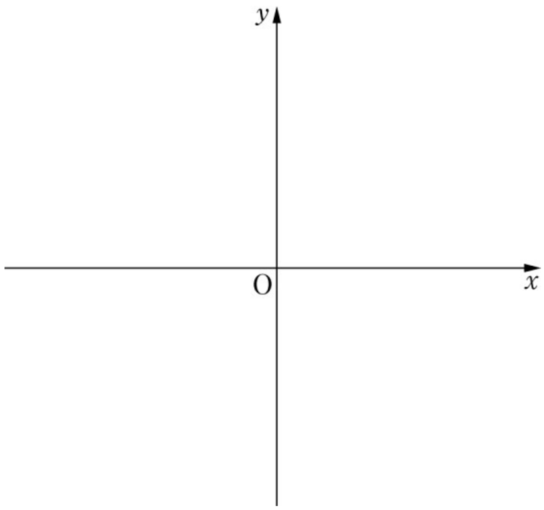
(1)　$f(x) = -x^2 + 2x$

(2)　$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$

| 小テスト | No.64　微分と積分　関数の増減と極大・極小（2） |
| --- | --- |

| 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |
| --- | --- | --- | --- | --- |

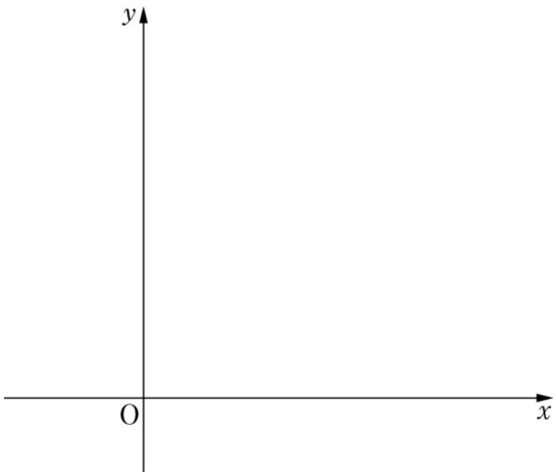
**1.**　関数 $y=x^3-3x+1$ の極値を求めよ。また，そのグラフをかけ。



| 小テスト | No.65　微分と積分　関数の増減と極大・極小（3） |
| --- | --- |

| 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |
| --- | --- | --- | --- | --- |

**1.**　関数 $y=\frac{1}{2}x^4-2x^3+2x^2$ の極値を求めよ。また，そのグラフをかけ。



| 小テスト | No.66　微分と積分　関数の増減と極大・極小（4） | | | |
|---|---|---|---|---|
| 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 関数 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+1$ が $x=-3$ で極大値，$x=2$ で極小値をとるような定数 $a$，$b$ の値を求めよ。

| 小テスト | No.67　微分と積分　関数の最大・最小（1） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.**　関数 $f(x)=2x^3-3x^2-12x+3$ について，次の区間における最大値と最小値を求めよ。

(1)　$-2 \leqq x \leqq 3$

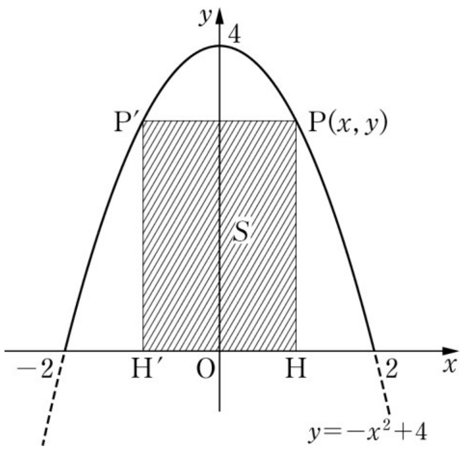
(2)　$0 \leqq x \leqq 4$

| 小テスト | No.68　微分と積分　関数の最大・最小（2） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 右の図のように，関数

$y=-x^2+4 \qquad (-2 \leqq x \leqq 2)$

のグラフ上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ から $x$ 軸に垂線 PH を下ろす。また，点 P から $y$ 軸に下ろした垂線の延長とグラフとの交点を P′ とし，点 P′ から $x$ 軸に垂線 P′H′ を下ろす。このとき，長方形 PP′H′H の面積を $S$ とする




(1)　$S$ を $x$ を用いて表せ。

(2)　$S$ の最大値を求めよ。

| 小テスト | No.69　微分と積分　方程式・不等式への応用（1） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 3 次方程式 $x^3-12x-8+a=0$ の異なる実数解の個数は, 定数 $a$ の値によってどのように変わるか。

| 小テスト | No.70　微分と積分　方程式・不等式への応用（2） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** $x \geqq 0$ のとき，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$2x(x^2-6)>3(x^2-7)$$

| 小テスト | No.71　微分と積分　不定積分 | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int 2x^2 dx$

(2) $\int (3x^2 - 3x + 1) dx$

(3) $\int (3t - 1)(2t + 1) dt$

**2.** $F'(x) = 3x^2 - 5x + 3$ , $F(2) = 0$ を満たす関数 $F(x)$ を求めよ。

| 小テスト | No.72　微分と積分　定積分（1） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.**　次の定積分を求めよ。

(1)　$\displaystyle\int_{1}^{3}(x^2-3x+2)dx$

(2)　$\displaystyle\int_{-1}^{1}(t^2-5t+6)dt$

(3)　$\displaystyle\int_{-2}^{1}(x^2+5x-3)dx-\int_{-2}^{1}(2x^2-x+3)dx$

(4)　$\displaystyle\int_{0}^{1}(3x^2-x)dx+\int_{1}^{2}(3x^2-x)dx$

| 小テスト | No.73　微分と積分　定積分（2） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x)=x^2+2x+\int_0^3 f(t)dt$$

**2.** 次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 $a$ の値を求めよ。

$$\int_a^x f(t)dt=x^2-3x+a$$

| 小テスト | No.74　微分と積分　定積分と面積（1） | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 年 | 組 | 番 | 名前 | | ／20 |

**1.** 放物線 $y=x^2+2$ と $x$ 軸および 2 直線 $x=-1$ , $x=2$ で囲まれた図形の面積 $S$ を求めよ。

**2.** 放物線 $y=-x^2+2x+3$ と $x$ 軸で囲まれた図形の面積 $S$ を求めよ。

**3.** 放物線 $y=x^2+x-2$ と $x$ 軸で囲まれた図形の面積 $S$ を求めよ。

| 小テスト | No.75　微分と積分　定積分と面積（2） | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | 年 | 組 | 番 | 名前 | ／20 |

**1.** 曲線 $y=x^3-3x^2+2x$ と $x$ 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。

**2.** 2 つの放物線 $y=x^2-2$，$y=-x^2+2x+2$ で囲まれた図形の面積 $S$ を求めよ。

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.60　微分と積分　微分係数

**1.** (1) $\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2}=\dfrac{(4^2-3\cdot 4)-(2^2-3\cdot 2)}{2}=\dfrac{4+2}{2}=3$

(4 点)

(2) $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a}=\dfrac{\{(a+h)^2-3(a+h)\}-(a^2-3a)}{h}$

$=\dfrac{(a^2+2ah+h^2-3a-3h)-(a^2-3a)}{h}$

$=\dfrac{h(2a+h-3)}{h}$

$=2a-3+h$

(6 点)

**2.** $f'(2)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{2(2+h)^2-3\}-(2\cdot 2^2-3)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{(8+8h+2h^2-3)-(8-3)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{2h(4+h)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}2(4+h)$

$=8$

(6 点)

**3.** 放物線 $y=-x^2+1$ 上の点 $(1,\ 0)$ における接線の傾きは，$f(x)=-x^2+1$ とおくと $f'(1)$ に等しいから

$f'(1)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{-(1+h)^2+1\}-(-1^2+1)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{(-1-2h-h^2+1)-(-1+1)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{h(-2-h)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}(-2-h)$

$=-2$

(4 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.61　微分と積分　導関数

**1.** $f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{2(x+h)^2+1\}-(2x^2+1)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{(2x^2+4xh+2h^2+1)-(2x^2+1)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{4xh+2h^2}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{h(4x+2h)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}(4x+2h)$

$=4x$

(4 点)

**2.** (1)　$y'=(-2x^2+3x-2)'$

$=-2(x^2)'+3(x)'-(2)'$

$=-2\cdot 2x+3\cdot 1-0$

$=-4x+3$

(4 点)

(2)　$y'=(x^3+3x^2+3x+1)'$

$=(x^3)'+3(x^2)'+3(x)'+(1)'$

$=3x^2+3\cdot 2x+3\cdot 1+0$

$=3x^2+6x+3$

(4 点)

(3)　$\dfrac{dS}{dr}=(4\pi r^2)'$

$=4\pi\cdot 2r$

$=8\pi r$

(4 点)

**3.** $f(x)=x^3-ax^2+3x-2$ であるから

$f'(x)=3x^2-2ax+3$

したがって　　$f'(-1)=3+2a+3=0$

$2a=-6$

よって　　$a=-3$

(4 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$ No.62 微分と積分 接線

**1.** $f(x)=2x^2+3x+1$ とおくと

$$f'(x)=4x+3$$

よって，接線の傾きは

$$f'(-2)=-5$$

したがって，接線の方程式は

$$y-3=-5(x+2)$$

すなわち

$$y=-5x-7$$

(8 点)

**2.** 接点をP$(a,\ a^2+2)$とおく。

$y'=2x$ であるから，接線の傾きは $2a$ である。

よって，接線 AP の方程式は

$$y-(a^2+2)=2a(x-a)$$

すなわち　$y=2ax-a^2+2$　……①

①が点$(2,\ 2)$を通るから

$$2=4a-a^2+2$$

整理すると

$$a^2-4a=0$$

$$a(a-4)=0$$

ゆえに

$$a=0,\ 4$$

これらを①に代入して

$a=0$ のとき　$y=2$

$a=4$ のとき　$y=8x-14$

よって，求める接線の方程式は

$$y=2,\quad y=8x-14$$

(12 点)

小テスト解答　No.63　微分と積分　関数の増減と極大・極小(1)

**1.** (1)　$f'(x)=-2x+2=-2(x-1)$

$f'(x)=0$ となる $x$ は　　$x=1$

$x<1$ のとき　　$f'(x)>0$

$1<x$ のとき　　$f'(x)<0$

よって，$f'(x)$ の符号および $f(x)$ の増減は次の表のようになる。

| $x$ | $\cdots\cdots$ | $1$ | $\cdots\cdots$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f(x)$ | ↗ | $1$ | ↘ |

したがって　　区間 $x\leqq 1$　で増加

区間 $1\leqq x$　で減少

(8 点)

(2)　$f'(x)=3x^2-6x-9=3(x^2-2x-3)=3(x+1)(x-3)$

$f'(x)=0$ となる $x$ は　　$x=-1,\ 3$

$x<-1,\ 3<x$ のとき　　$f'(x)>0$

$-1<x<3$ のとき　　$f'(x)<0$

よって，$f'(x)$ の符号および $f(x)$ の増減は次の表のようになる。

| $x$ | $\cdots\cdots$ | $-1$ | $\cdots\cdots$ | $3$ | $\cdots\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | ↗ | $7$ | ↘ | $-25$ | ↗ |

したがって　　区間 $x\leqq -1$　と　区間 $3\leqq x$　で増加

区間 $-1\leqq x\leqq 3$　で減少

(12 点)

小テスト解答　No.64　微分と積分　関数の増減と極大・極小(2)

**1.** $y'=3x^2-3=3(x^2-1)=3(x+1)(x-1)$

$y'=0$ となる$x$ は　　$x=-1$，1

よって，$y$ の増減表は次のようになる。

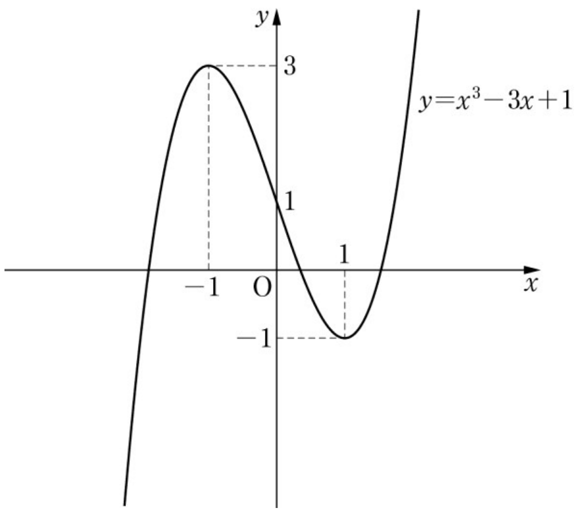
| $x$ | …… | $-1$ | …… | 1 | …… |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $y$ | ↗ | 極大<br>3 | ↘ | 極小<br>$-1$ | ↗ |

よって，$y$の極値は次のようになる。

$x=-1$ のとき　極大値 3

$x=1$ のとき　　極小値 $-1$

また，この関数のグラフは下の図のようになる。




(20 点)

小テスト解答　No.65　微分と積分　関数の増減と極大・極小(3)

**1.** $y'=2x^3-6x^2+4x=2x(x^2-3x+2)=2x(x-1)(x-2)$

$y'=0$ となる $x$ は　$x=1,\ 2$

よって，$y$ の増減表は次のようになる。

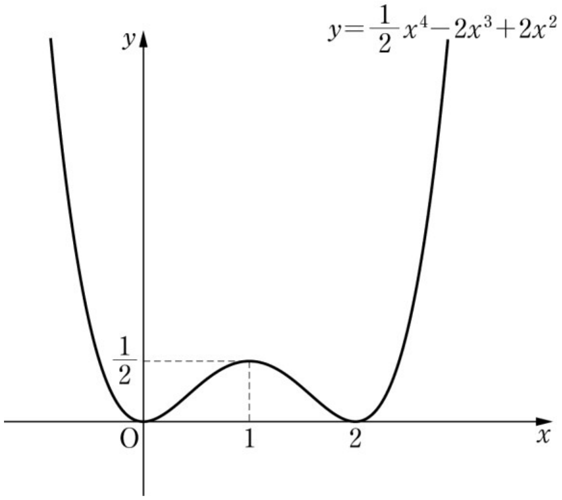
| $x$ | …… | 0 | …… | 1 | …… | 2 | …… |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $y$ | ↘ | 極小 0 | ↗ | 極大 $\frac{1}{2}$ | ↘ | 極小 0 | ↗ |

よって，$y$ の極値は次のようになる。

$x=1$ のとき　　極大値 $\frac{1}{2}$

$x=0,\ 2$ のとき　　極小値 0

また，この関数のグラフは下の図のようになる。




(20 点)

小テスト解答　No.66　微分と積分　関数の増減と極大・極小(4)

**1.** $f'(x)=6x^2+2ax+b$

関数 $f(x)$ は $x=-3$，$x=2$ で極値をとるから

$f'(-3)=0$，　$f'(2)=0$

すなわち　$54-6a+b=0$，　$24+4a+b=0$

これを解くと　$a=3$，　$b=-36$

したがって　$f(x)=2x^3+3x^2-36x+1$

このとき　$f'(x)=6x^2+6x-36=6(x+3)(x-2)$

よって，$f(x)$ の増減表は次のようになる。

| $x$ | $\cdots\cdots$ | $-3$ | $\cdots\cdots$ | $2$ | $\cdots\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | ↗ | 極大 | ↘ | 極小 | ↗ |

したがって，$f(x)$ は確かに $x=-3$ で極大値，$x=2$ で極小値をとる。

以上より，求める $a$，$b$ の値は　$a=3$，　$b=-36$

(20 点)

小テスト解答　No.67　微分と積分　関数の最大・最小(1)

**1.** (1) $f'(x)=6x^2-6x-12=6(x+1)(x-2)$ であるから，

区間 $-2 \leqq x \leqq 3$ において，$f(x)$ の増減表は次のようになる。

| $x$ | $-2$ | …… | $-1$ | …… | $2$ | …… | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | ↗ | 極大<br>$10$ | ↘ | 極小<br>$-17$ | ↗ | $-6$ |

ゆえに，$f(x)$ は

$x=-1$ のとき　最大値 $10$

$x=2$ のとき　最小値 $-17$

をとる。

(10 点)

(2) (1)より，区間 $0 \leqq x \leqq 4$ において，$f(x)$ の増減表は次のようになる。

| $x$ | $0$ | …… | $2$ | …… | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $3$ | ↘ | 極小<br>$-17$ | ↗ | $35$ |

ゆえに，$f(x)$ は

$x=4$ のとき　最大値 $35$

$x=2$ のとき　最小値 $-17$

をとる。

(10 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.68　微分と積分　関数の最大・最小(2)

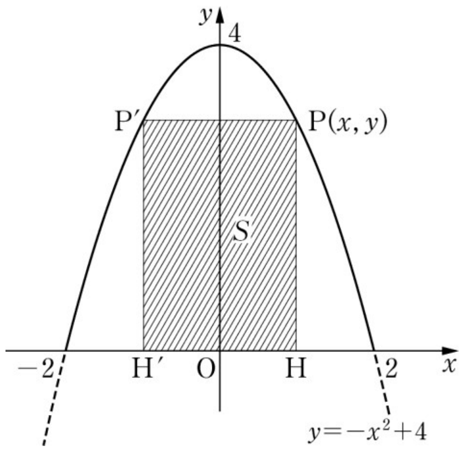
**1.**　(1)　$P'(-x,\ y)$，$H(x,\ 0)$，$H'(-x,\ 0)$ であり，

$y=-x^2+4$ であるから，

$$S = H'H \cdot PH$$
$$= 2x(-x^2+4)$$
$$= -2x^3+8x$$

ただし，$0<x<2$

(6 点)




(2)　(1)で求めた $S$ を $x$ で微分して

$$\frac{dS}{dx} = -6x^2+8$$
$$= -6\left(x^2-\frac{4}{3}\right)$$
$$= -6\left(x+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\left(x-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$$

$0<x<2$ における $S$ の増減表は次のようになる。

| $x$ | $0$ | …… | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | …… | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{dS}{dx}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $S$ | | ↗ | 極大 $\frac{32\sqrt{3}}{9}$ | ↘ | |

よって，$x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ のとき，$S$ は最大値 $\frac{32\sqrt{3}}{9}$ をとる。

(14 点)

小テスト解答　No.69　微分と積分　方程式・不等式への応用(1)

**1.** 3 次方程式　$x^3-12x-8+a=0$　……①

を変形すると

$$-x^3+12x+8=a$$

ここで，$f(x)=-x^3+12x+8$ とおくと，$y=f(x)$ のグラフと直線 $y=a$ の共有点の個数は，3 次方程式①の異なる実数解の個数と一致する。

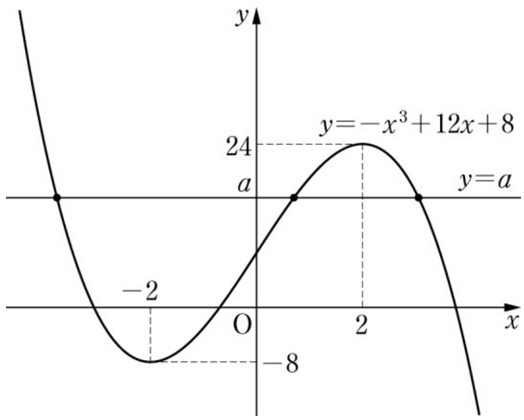
また

$$f'(x)=-3x^2+12=-3(x^2-4)=-3(x+2)(x-2)$$

よって，$f(x)$ の増減表は次のようになる。

| $x$ | …… | $-2$ | …… | $2$ | …… |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f(x)$ | ↘ | 極小 $-8$ | ↗ | 極大 $24$ | ↘ |

これより，$y=f(x)$ のグラフをかくと右の図のようになる




よって，3 次方程式①の異なる実数解の個数は，次のようになる。

$a<-8$，$24<a$ のとき　1 個

$a=-8$，$24$　のとき　2 個

$-8<a<24$　のとき　3 個

(20 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.70　微分と積分　方程式・不等式への応用(2)

**1.**　$f(x)=2x(x^2-6)-3(x^2-7)$

$=2x^3-3x^2-12x+21$

とおくと

$f'(x)=6x^2-6x-12$

$=6(x^2-x-2)$

$=6(x+1)(x-2)$

$x\geqq 0$ の範囲において，$f(x)$ の増減表は次のようになる。

| $x$ | 0 | …… | 2 | …… |
|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | 21 | ↘ | 極小<br>1 | ↗ |

これより，$x\geqq 0$ における $f(x)$ の最小値は $f(2)=1$ であるから

$f(x)>0$

すなわち

$2x(x^2-6)-3(x^2-7)>0$

ゆえに，$x\geqq 0$ のとき

$2x(x^2-6)>3(x^2-7)$

(20 点)

小テスト解答　No.71　微分と積分　不定積分

**1.** (1) $\int 2x^2dx=2\int x^2dx$

$$=2\cdot\frac{1}{3}x^3+C$$

$$=\frac{2}{3}x^3+C$$ （$C$ は積分定数）

(4 点)

(2) $\int(3x^2-3x+1)dx=3\int x^2dx-3\int xdx+\int dx$

$$=3\cdot\frac{1}{3}x^3-3\cdot\frac{1}{2}x^2+x+C$$

$$=x^3-\frac{3}{2}x^2+x+C$$ （$C$ は積分定数）

(4 点)

(3) $\int(3t-1)(2t+1)dt=\int(6t^2+t-1)dt$

$$=6\int t^2dt+\int tdt-\int dt$$

$$=6\cdot\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{2}t^2-t+C$$

$$=2t^3+\frac{1}{2}t^2-t+C$$ （$C$ は積分定数）

(4 点)

**2.** $F'(x)=3x^2-5x+3$ より

$$F(x)=\int(3x^2-5x+3)dx$$

$$=x^3-\frac{5}{2}x^2+3x+C$$ （$C$ は積分定数）

$F(2)=0$ より　$2^3-\frac{5}{2}\cdot 2^2+3\cdot 2+C=0$

よって　$C=-4$

ゆえに　$F(x)=x^3-\frac{5}{2}x^2+3x-4$

(8 点)

小テスト解答　No.72　微分と積分　定積分(1)

**1.** (1) $\displaystyle\int_1^3(x^2-3x+2)dx=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x\right]_1^3$

$$=\left(\frac{1}{3}\cdot 3^3-\frac{3}{2}\cdot 3^2+2\cdot 3\right)-\left(\frac{1}{3}\cdot 1^3-\frac{3}{2}\cdot 1^2+2\cdot 1\right)$$

$$=\frac{2}{3}$$

(5 点)

(2) $\displaystyle\int_{-1}^1(t^2-5t+6)dt=\left[\frac{1}{3}t^3-\frac{5}{2}t^2+6t\right]_{-1}^1$

$$=\left(\frac{1}{3}\cdot 1^3-\frac{5}{2}\cdot 1^2+6\cdot 1\right)-\left\{\frac{1}{3}\cdot(-1)^3-\frac{5}{2}\cdot(-1)^2+6\cdot(-1)\right\}$$

$$=\frac{38}{3}$$

(5 点)

(3) $\displaystyle\int_{-2}^1(x^2+5x-3)dx-\int_{-2}^1(2x^2-x+3)dx=\int_{-2}^1\{(x^2+5x-3)-(2x^2-x+3)\}dx$

$$=\int_{-2}^1(-x^2+6x-6)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+3x^2-6x\right]_{-2}^1$$

$$=\left(-\frac{1}{3}\cdot 1^3+3\cdot 1^2-6\cdot 1\right)$$

$$-\left\{-\frac{1}{3}\cdot(-2)^3+3\cdot(-2)^2-6\cdot(-2)\right\}$$

$$=-30$$

(5 点)

(4) $\displaystyle\int_0^1(3x^2-x)dx+\int_1^2(3x^2-x)dx=\int_0^2(3x^2-x)dx$

$$=\left[x^3-\frac{1}{2}x^2\right]_0^2$$

$$=\left(2^3-\frac{1}{2}\cdot 2^2\right)-0$$

$$=6$$

(5 点)

小テスト解答　No.73　微分と積分　定積分(2)

**1.** $\int_0^3 f(t)dt$ は定数であるから

$$k=\int_0^3 f(t)dt \qquad \cdots\cdots①$$

とおくと

$$f(x)=x^2+2x+k \qquad \cdots\cdots②$$

①，②より

$$k=\int_0^3 f(t)dt=\int_0^3 (t^2+2t+k)dt$$

$$=\left[\frac{1}{3}t^3+t^2+kt\right]_0^3$$

$$=3k+18$$

したがって

$$k=3k+18$$

すなわち

$$k=-9$$

ゆえに

$$f(x)=x^2+2x-9$$

(8 点)

**2.** 与えられた等式の両辺を $x$ で微分すると

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=\frac{d}{dx}(x^2-3x+a)$$

よって

$$f(x)=2x-3$$

また，与えられた等式に $x=a$ を代入すると $\int_a^a f(t)dt=0$ であるから

$$0=a^2-3a+a$$

すなわち

$$a(a-2)=0$$

これを解いて

$$a=0,\ 2$$

したがって

$$f(x)=2x-3, \qquad a=0,\ 2$$

(12 点)

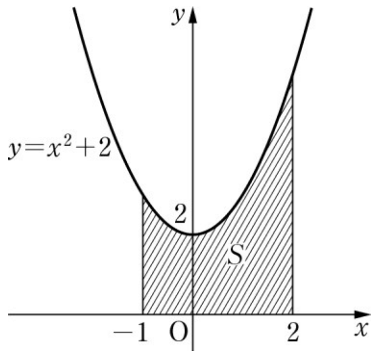
$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.74　微分と積分　定積分と面積(1)

**1.** 区間 $-1 \leqq x \leqq 2$ では

$y > 0$

よって，求める図形の面積 $S$ は

$$S=\int_{-1}^{2}(x^2+2)dx$$
$$=\left[\frac{1}{3}x^3+2x\right]_{-1}^{2}$$
$$=9$$




(4 点)

**2.** 放物線 $y=-x^2+2x+3$ と $x$ 軸との交点の $x$ 座標は，方程式

$-x^2+2x+3=0$

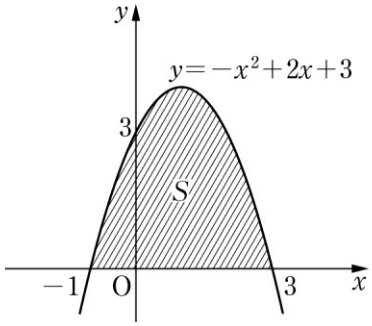
の解であるから

$x=-1$，$3$

区間 $-1 \leqq x \leqq 3$ では　　$y \geqq 0$

よって，求める面積 $S$ は

$$S=\int_{-1}^{3}(-x^2+2x+3)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x\right]_{-1}^{3}$$
$$=\frac{32}{3}$$




(8 点)

**3.** 放物線 $y=x^2+x-2$ と $x$ 軸との交点の $x$ 座標は，方程式

$x^2+x-2=0$

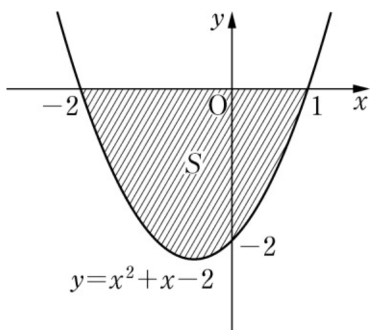
の解であるから

$x=-2$，$1$

区間 $-2 \leqq x \leqq 1$ では　　$y \leqq 0$

よって，求める面積 $S$ は

$$S=-\int_{-2}^{1}(x^2+x-2)dx$$
$$=-\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x\right]_{-2}^{1}$$
$$=\frac{9}{2}$$




(8 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.75　微分と積分　定積分と面積(2)

**1.** 曲線 $y=x^3-3x^2+2x$ と $x$ 軸との交点の $x$ 座標は，方程式

$$x^3-3x^2+2x=0$$

の解である。

$x(x-1)(x-2)=0$ より

$$x=0,\ 1,\ 2$$

区間 $0 \leqq x \leqq 1$ では　$y \geqq 0$

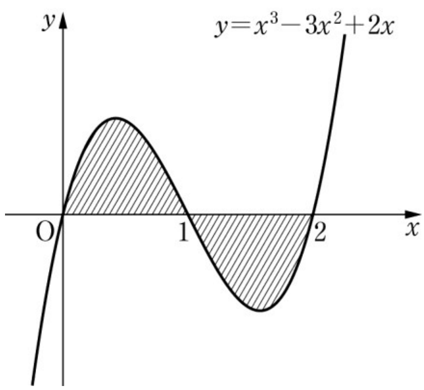
区間 $1 \leqq x \leqq 2$ では　$y \leqq 0$

よって，求める面積の和は

$$\int_0^1 (x^3-3x^2+2x)dx-\int_1^2 (x^3-3x^2+2x)dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}x^4-x^3+x^2\right]_0^1-\left[\frac{1}{4}x^4-x^3+x^2\right]_1^2$$

$$=\frac{1}{2}$$




(10 点)

**2.** 2 つの放物線の交点の $x$ 座標は，方程式

$$x^2-2=-x^2+2x+2$$

の解 $x=-1,\ 2$ である。

区間 $-1 \leqq x \leqq 2$ では

$$-x^2+2x+2 \geqq x^2-2$$

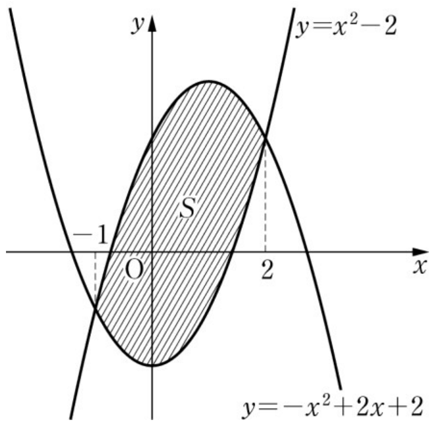
であるから，求める面積 $S$ は

$$S=\int_{-1}^2 \{(-x^2+2x+2)-(x^2-2)\}dx$$

$$=\int_{-1}^2 (-2x^2+2x+4)dx$$

$$=\left[-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x\right]_{-1}^2$$

$$=9$$




(10 点)