3 節 作図

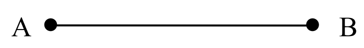
1 基本的な作図

（教科書 p.127）

与えられた線分 AB の中点 M を求める手順を考えてみよう。

$\boxed{1}$ 2 点 A，B を中心として等しい半径の円をかき，その交点を P，Q とする。

$\boxed{2}$ 2 点 P，Q を通る直線と線分 AB の交点が，求める中点 M である。

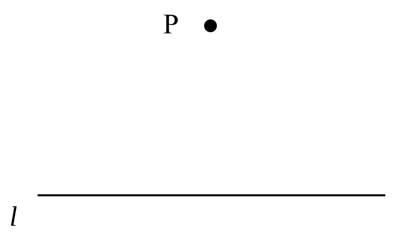


$\boxed{2}$で引いた直線 PQ は，線分 AB の垂直二等分線になっている。

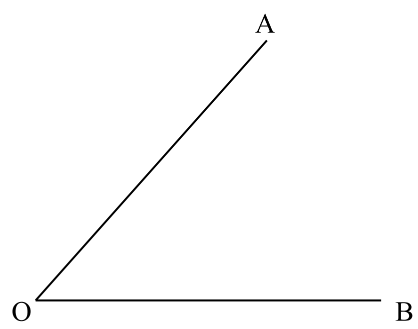
このように，与えられた 2 点を通る直線を引く「定規」と，与えられた点を中心として与えられた半径の円をかく「コンパス」だけを用いて，条件を満たす図形をかくことを（[1]　　　　　　）という。

次の作図の方法は中学校で学んだ。

(1) 直線 l 上にない点 P を通り，l に垂直な直線を引く。



(2) ∠AOB の二等分線 OX を引く。



いろいろな作図

（教科書 p.128）

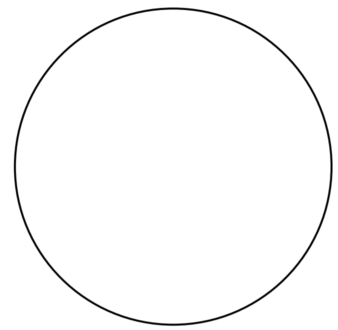
例 1 中心がわからない円が与えられたとき，円の中心を求める作図の手順を考えてみよう。

$\boxed{1}$ 与えられた円周上に 3 点 A，B，C をとる。

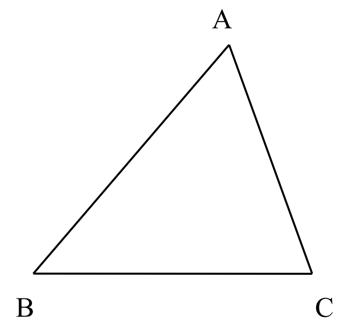
$\boxed{2}$ 弦 AB，AC の垂直二等分線を引く。

$\boxed{3}$ この 2 本の垂直二等分線の交点を O とする。

このとき，O は △ABC の外心であるから，求める円の中心である。



問1 与えられた △ABC の外接円を作図せよ。



円 O の外部の点 A から円 O に引いた接線を作図する手順を考えてみよう。

$\boxed{1}$ 線分 AO の中点 O′ を求め，点 O′ を中心とし，A，O を通る円をかく。

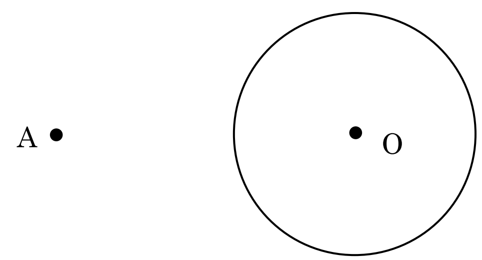
この円と円 O の交点を P，P′ とする。

$\boxed{2}$ 直線 AP，AP′ を引く。

このとき，点 P，P′ は円 O′ 上の点であり，AO は円 O′ の直径であるから，円周角の定理により

$$OP \perp AP, \quad OP' \perp AP'$$

よって，直線 AP，AP′ は円 O の接線である。



（教科書 p.129）

直線 l 上にない点 P を通り，l に平行な直線は，次のような手順によって作図することができる。

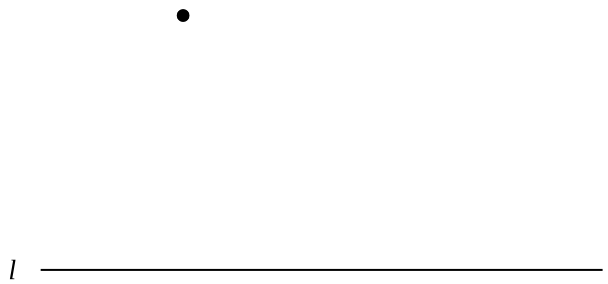
$\boxed{1}$ 直線 l 上に 2 点 A，B をとる。

$\boxed{2}$ 点 P を中心とする半径 AB の円と，点 B を中心とする半径 AP の円をかき，この 2 円の交点を Q とする。

$\boxed{3}$ 直線 PQ を引く。

このとき，四角形 ABQP は，PQ = AB，AP = BQ より，2 組の対辺がそれぞれ等しいから平行四辺形である。

すなわち，直線 PQ は直線 AB に平行である。



例 2 線分 AB が与えられたとき，線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P を作図する手順を考えてみよう。

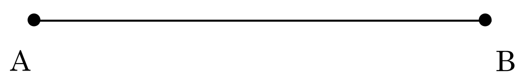
$\boxed{1}$ 半直線 AX を引き，AX 上に 2 点 Q，R を AQ : QR = 2 : 1 となるようにとる。

$\boxed{2}$ 点 Q を通り，直線 RB に平行な直線を引き，線分 AB との交点を P とする。

このとき，RB//QP であるから

AP : PB = AQ : QR = 2 : 1

よって，点 P は線分 AB を 2 : 1 に内分する点である。



問2 与えられた線分 AB について，次の点を作図することによって求めよ。

（1） 線分 AB を 1 : 3 に内分する点

⑵ 線分 AB を 2 : 3 に内分する点

2 長さの作図

積の長さの作図

（教科書 p.130）

長さ 1，a，b の線分が与えられたものとする。このとき，積 ab を長さとする線分を作図する手順を考えてみよう。

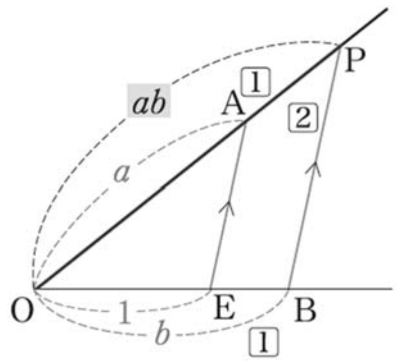
$\boxed{1}$ 右の図のように $\mathrm{OE}=1, \mathrm{OA}=a, \mathrm{OB}=b$ となる点 O, E, A，B をとる。

$\boxed{2}$ 点 B を通り，直線 EA に平行な直線を引き，直線 OA との交点を P とする。

このとき，$\mathrm{OE}:\mathrm{OB} = \mathrm{OA}:\mathrm{OP}$ より

$1:b = a:\mathrm{OP}$

すなわち，$\mathrm{OP} = ab$ である。



商の長さの作図

長さ 1，a，b の線分が与えられたとき，上の作図の方法にならって，商 $\frac{a}{b}$ を長さとする線分を作図する手順を考えてみよう。

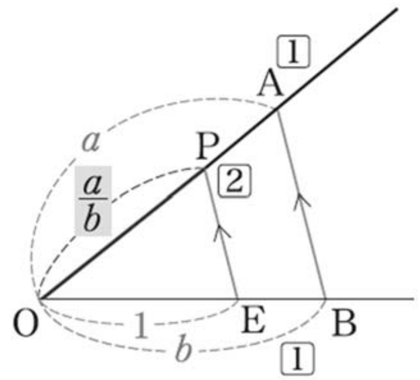
$\boxed{1}$ 右の図のように $\mathrm{OE}=1, \mathrm{OA}=a, \mathrm{OB}=b$ となる点 O, E，A，B をとる。

$\boxed{2}$ 点 E を通り，直線 BA に平行な直線を引き，直線 OA との交点を P とする。

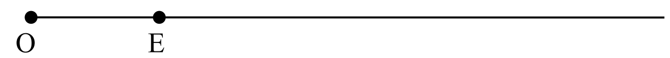
このとき，$\mathrm{OE}:\mathrm{OB} = \mathrm{OP}:\mathrm{OA}$ より

$1:b = \mathrm{OP}:a$

すなわち，$\mathrm{OP} = \frac{a}{b}$ である。



問3 次の図において，OE の長さを 1 とするとき，上の方法によって，長さ $\frac{4}{3}$ の線分を作図せよ。

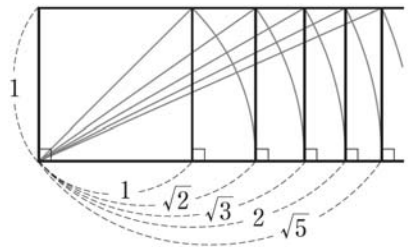


平方根の長さの作図

（教科書 p.131）

長さ 1 と a の線分が与えられたものとする。このとき，$\sqrt{a}$ を長さとする線分を作図する手順を考えてみよう。

a が簡単な自然数のときには，三平方の定理を利用して，右の図のように，$\sqrt{a}$ を長さとする線分を作図することができる。



一般に，$\sqrt{a}$ を長さとする線分は次のような手順によって作図することができる。

$\boxed{1}$ 右の図のように，同一直線上に，
$\mathrm{AC} = a$，$\mathrm{CB} = 1$ となる 3 点 A，C，B をとる。

$\boxed{2}$ AB を直径とする円をかき，点 C を通り直線 AB に垂直な直線との交点を P とする。

このとき，△ ACP と △ PCB において

$\angle\mathrm{ACP} = \angle\mathrm{PCB} = 90°$

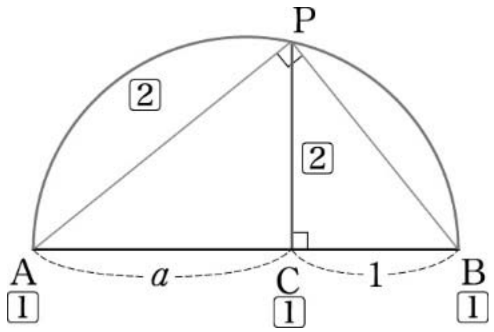
$\angle\mathrm{APC} = 90° - \angle\mathrm{CPB} = \angle\mathrm{PBC}$

したがって，$\triangle\mathrm{ACP} \backsim \triangle\mathrm{PCB}$ である。

ゆえに　$\mathrm{AC} : \mathrm{CP} = \mathrm{CP} : \mathrm{CB}$

すなわち　$\mathrm{CP}^2 = \mathrm{AC} \cdot \mathrm{CB} = a \cdot 1 = a$

よって　$\mathrm{CP} = \sqrt{a}$



問4 長さ 1 の線分を定めて，前述の方法により，$\sqrt{5}$ の長さの線分を作図せよ。

問5 長さ 1 の線分を定めて，$3 - \sqrt{2}$ の長さの線分を作図せよ。

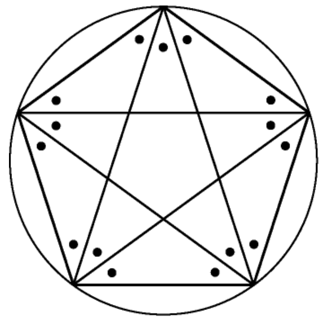
参考　正五角形の作図

（教科書 p.132）

これまでに学んだことを利用して，正五角形を作図してみよう。

1 辺の長さを 1 とする正五角形の対角線の長さは $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ であることが知られている。

よって，長さの比が $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ であるような 2 つの線分が作図できれば，正五角形は作図できる。



例 1 1 辺が 2，対角線の長さが $1+\sqrt{5}$ である正五角形を作図する手順を考えてみよう。

$\boxed{1}$ 長さ 2 の辺 CD を定め，CD の垂直二等分線と CD の交点を M とする。

$\boxed{2}$ CD の垂直二等分線上に，PM = CD となるように点 P をとる。

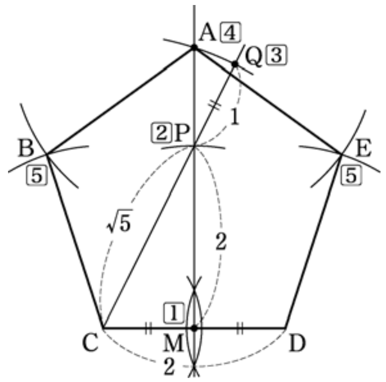
$\boxed{3}$ CP の延長上に PQ = CM となるように点 Q をとる。

$\boxed{4}$ 点 C を中心とする半径 CQ の円と CD の垂直二等分線の交点を A とする。

このとき，$\mathrm{CP}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$\mathrm{CA}=\mathrm{CQ}=1+\sqrt{5}$ である。

したがって，点 A は正五角形の頂点の 1 つである。

$\boxed{5}$ BA = BC = CD となる点 B と，EA = ED = CD となる点 E を AM の反対側にとって結ぶと，正五角形 ABCDE ができる。

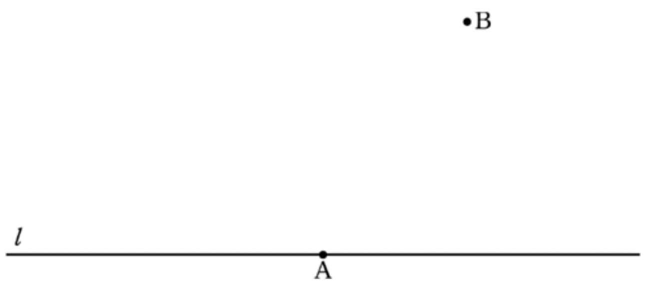


問1 実際に正五角形を作図せよ。

問 題

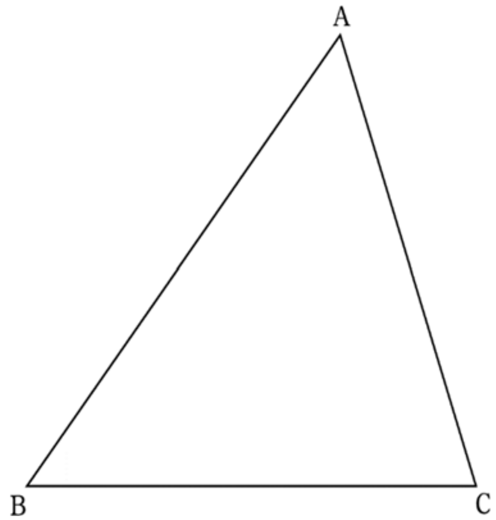
（教科書 p.133）

10　直線 l 上の点 A において l に接し，l 上にない点 B を通る円を作図する手順を書け。

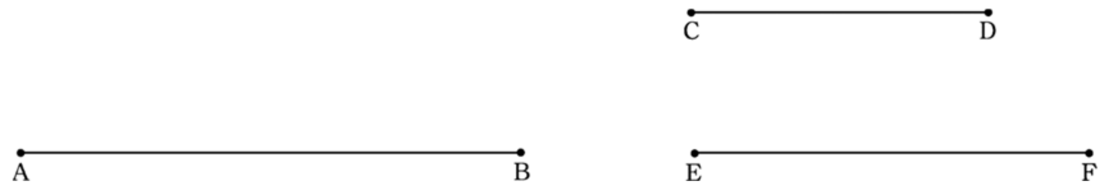


11　次の図の線分 AB を斜辺とし，辺 AC が線分 AP と長さが等しくなるような直角三角形 ABC を作図せよ。

12 与えられた△ABC の内接円を作図せよ。



13 次の図の線分 AB を，与えられた線分の長さの比 CD : EF に内分する点 P を作図することによって求めよ。



14 与えられた線分 AB について，次の点を作図することによって求めよ。

(1) 線分 AB を 4：1 に外分する点 P

(2) 線分 AB を 1：4 に外分する点 Q

15 次の大きさの角を作図せよ。

(1) $60°$

(2) $150°$

(3) $15°$

16 長さ a，b の線分が与えられたとする。このとき，縦の長さ，横の長さがそれぞれ a，b の長方形と等しい面積を持つ正方形を作図せよ。