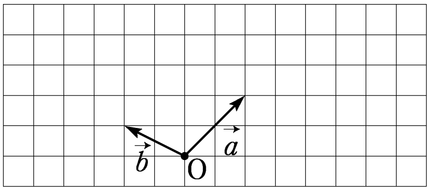
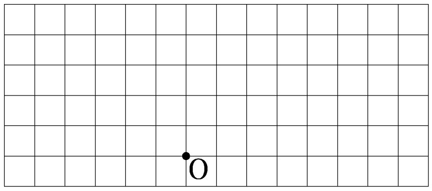
小テスト	No.12　ベクトル　ベクトルの加法・減法・実数倍				
年	組	番	名前		／20

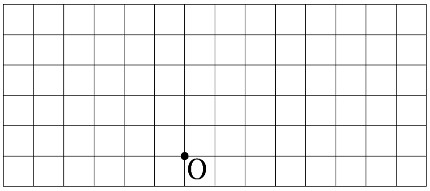
1. 下の図のように $\vec{a}$, $\vec{b}$ が与えられたとき，次のベクトルを点 O を始点として図示せよ。



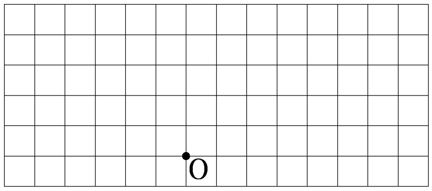
(1)　$\dfrac{3}{2}\vec{a}$



(2)　$\vec{a}+2\vec{b}$



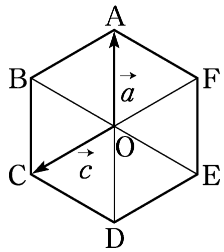
(3)　$2\vec{a}-\vec{b}$



2. 次の式を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

$$2\vec{x}-9\vec{b}=5(\vec{b}-\vec{x})-7\vec{a}$$

3. 右の図の正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{c}$ で表せ。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{DF}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BD}}$

小テスト	No.13　ベクトル　ベクトルの成分				
	年	組	番	名前	／20

1. $\vec{a}=(5,\ -12)$ と同じ向きの単位ベクトルを成分表示せよ。

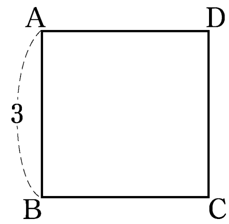
2. $\vec{a}=(3,\ -2)$，$\vec{b}=(2,\ 1)$ のとき，$\vec{c}=(0,\ 7)$ を $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形で表せ。

3. 平面上に 3 点A$(-2,\ 1)$，B$(6,\ -5)$，C$(10,\ -2)$ がある。四角形ABCD が平行四辺形となるような点D の座標を求めよ。

4. $\vec{a}=(3,\ -8)$，$\vec{b}=(x,\ 24)$ が平行になるような x の値を求めよ。

小テスト	No.14　ベクトル　ベクトルの内積				
	年	組	番	名前	／20

1.　右の図の正方形 ABCD について，次の内積を求めよ。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BD}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

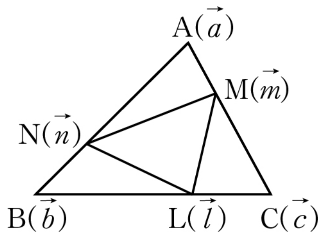
2.　2 つのベクトル $\vec{a}=(2,\ -1)$，$\vec{b}=(5,\ x)$ が垂直になるような x の値を求めよ。

3.　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$ のとき，$|2\vec{a}-\vec{b}|$ の値を求めよ。

小テスト	No.15　ベクトル　位置ベクトル（1）				
	年	組	番	名前	／20

1. 2点$A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ に対して，線分ABを5:4に内分する点Pおよび外分する点Qの位置ベクトル$\vec{p}$, $\vec{q}$を，それぞれ$\vec{a}$, $\vec{b}$を用いて表せ。

2. 右の図のように，3点$A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする△ABCの辺BC，CA，ABを2:1に内分する点をL，M，Nとする。

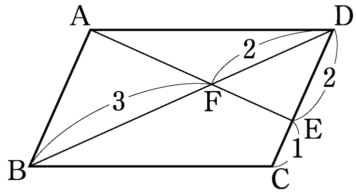


(1) L，M，Nの位置ベクトル$\vec{l}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$を，それぞれ$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$で表せ。

(2) △LMNの重心の位置ベクトル$\vec{g}$を$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$で表せ。

小テスト	No.16　ベクトル　位置ベクトル（2）				
	年	組	番	名前	／20

1. 平行四辺形ABCDの辺CDを1:2に内分する点をE，対角線BDを3:2に内分する点をFとする。

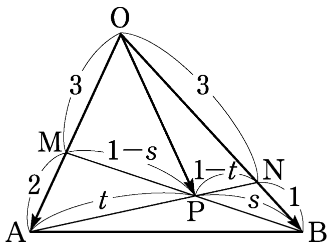


(1) $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ として，$\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ を $\vec{b}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。

(2) 3点A，E，Fは一直線上にあることを証明せよ。

小テスト	No.17　ベクトル　位置ベクトル（3）				
	年	組	番	名前	／20

1. △OAB において，辺OA を3:2 に内分する点をM，辺OB を3:1 に内分する点をN とし，線分AN と線分BM の交点をP とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，次の問に答えよ。



(1)　BP:PM＝s:$(1-s)$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を s と $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2)　AP:PN＝t:$(1-t)$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を t と $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(3)　$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

小テスト	No.18　ベクトル　位置ベクトル（4）				
	年	組	番	名前	／20

1. △ABC と点P があり，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+4\overrightarrow{\mathrm{BP}}+3\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\vec{0}$ を満たしている。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ として，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(2) 2 直線AP，BC の交点をQ とする。BQ:QC およびAP:PQ を求めよ。

小テスト	No.19　ベクトル　ベクトル方程式				
年	組	番	名前		／20

1. 次の問に答えよ。

(1)　直線上の点を$\mathrm{P}(\vec{p})$とする。点$\mathrm{A}(\vec{a})$を通り，方向ベクトルが$\vec{u}$である直線のベクトル方程式を表せ。

(2)　(1)で，点$\mathrm{A}(3,\ -1)$，$\vec{u}=(5,\ 4)$のとき，直線を媒介変数表示せよ。

2. 次の問に答えよ。

(1)　直線上の点を$\mathrm{P}(\vec{p})$とする。点$\mathrm{A}(\vec{a})$を通り，法線ベクトルが$\vec{n}$である直線のベクトル方程式を表せ。

(2)　(1)で，点$\mathrm{A}(-4,\ 2)$，$\vec{n}=(3,\ 2)$のとき，直線の方程式を求めよ。

3. 平面上の定点$\mathrm{A}(\vec{a})$と任意の点$\mathrm{P}(\vec{p})$に対し，ベクトル方程式$|4\vec{p}-\vec{a}|=12$で表される円の中心の位置ベクトルと半径を求めよ。

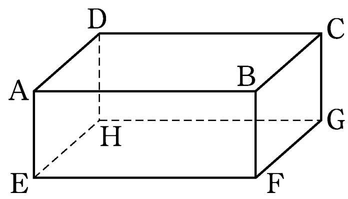
<table>
<tr><td colspan="2">小テスト</td><td colspan="4">No.20　ベクトル　空間における座標，空間におけるベクトル（1）</td></tr>
<tr><td></td><td>年</td><td>組</td><td>番</td><td>名前</td><td>／20</td></tr>
</table>

1. 点$\mathrm{P}(-3,\ 0,\ 2)$ に関して，次の問に答えよ。

(1)　原点に関して点P と対称な点P′ の座標を求めよ。

(2)　点P を通り，yz 平面に平行な平面の方程式を求めよ。

2. 右の図の直方体において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{c}$ とするとき，次のベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{EG}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{HB}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{EC}}-\overrightarrow{\mathrm{HB}}$

小テスト	No.21　ベクトル　空間におけるベクトル（2）

年	組	番	名前	／20

1. $\vec{a}=(4,\ -3,\ 2)$, $\vec{b}=(0,\ 5,\ -3)$, $\vec{c}=(-1,\ 0,\ -2)$ のとき, $2\vec{a}-\vec{b}+4\vec{c}$ を成分表示せよ。

2. 2つのベクトル $\vec{a}=(-2,\ 0,\ 2)$, $\vec{b}=(2,\ -2,\ -1)$ のなす角を求めよ。

3. 2つのベクトル $\vec{a}=(2,\ -3,\ 1)$, $\vec{b}=(k-2,\ 3,\ 5)$ が垂直になるような k の値を求めよ。

小テスト	No.22　ベクトル　位置ベクトルと空間の図形（1）				
	年	組	番	名前	／20

1. 2点A(1, 2, 0), B(-1, -1, 4) について，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分表示せよ。

2. $\vec{a}=(2,\ 4,\ 3)$，$\vec{b}=(1,\ -2,\ 2)$，$\vec{c}=(-6,\ 5,\ 0)$ として，3点A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$，C$(\vec{c})$ について，次の点の位置ベクトルを成分表示せよ。

(1)　線分 AB を3：2 に内分する点P$(\vec{p})$

(2)　線分 AB を2：1 に外分する点Q$(\vec{q})$

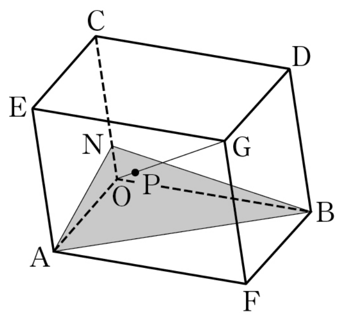
(3)　△ABC の重心G$(\vec{g})$

3. 点A(-3, 6, 1) を中心とし，平面 $y=2$ に接する球の方程式を求めよ。

小テスト	No.23　ベクトル　位置ベクトルと空間の図形（2）

年	組	番	名前	／20

1. 平行六面体OAFB－CEGDにおいて，辺OCを1：3に内分する点をNとし, 対角線OGと平面ABNとの交点をPとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$とするとき，次の問に答えよ。



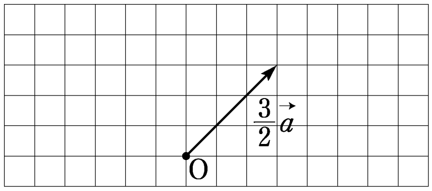
(1)　点Pは対角線OG上にあるから　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=k\overrightarrow{\mathrm{OG}}$
となる実数kがある。$\vec{p}$をkと$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(2)　点Pは平面ABN上にあるから　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AN}}$
となる実数s，tがある。$\vec{p}$をs，tと$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(3)　$\vec{p}$をk，s，tを用いずに，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

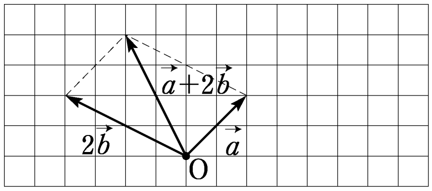
$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.12　ベクトル　ベクトルの加法・減法・実数倍

1. (1)　$\vec{a}$ に対して，$\dfrac{3}{2}\vec{a}$ は $\vec{a}$ と同じ向きで大きさが $\dfrac{3}{2}$ 倍のベクトルである。



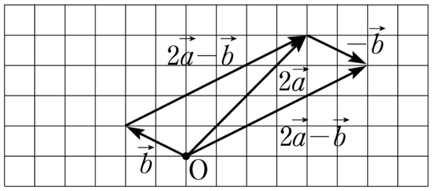
(2)　$\vec{b}$ に対して，$2\vec{b}$ は $\vec{b}$ と同じ向きで大きさが2倍のベクトルである。

$\vec{a}+2\vec{b}$ は，$\vec{a}$ と $2\vec{b}$ の和である。



(3)　$\vec{a}$ に対して，$2\vec{a}$ は $\vec{a}$ と同じ向きで大きさが2倍のベクトルである。

$2\vec{a}-\vec{b}$ は，$2\vec{a}$ と $\vec{b}$ の差である。また，$2\vec{a}$ と $\vec{b}$ の逆ベクトル $-\vec{b}$ の和でもある。



(各 3 点)

2. $2\vec{x}-9\vec{b}=5(\vec{b}-\vec{x})-7\vec{a}$

$2\vec{x}-9\vec{b}=5\vec{b}-5\vec{x}-7\vec{a}$

$2\vec{x}+5\vec{x}=5\vec{b}-7\vec{a}+9\vec{b}$

$(2+5)\vec{x}=-7\vec{a}+(5+9)\vec{b}$

$7\vec{x}=-7\vec{a}+14\vec{b}$

$\vec{x}=-\vec{a}+2\vec{b}$

(5 点)

3. (1)　$\overrightarrow{\mathrm{DF}}=\overrightarrow{\mathrm{CA}}$ であるから

$\overrightarrow{\mathrm{DF}}=\vec{a}-\vec{c}$

(3 点)

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BD}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{CO}}+2\overrightarrow{\mathrm{AO}}=-\overrightarrow{\mathrm{OC}}-2\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

よって　　$\overrightarrow{\mathrm{BD}}=-2\vec{a}-\vec{c}$

(3 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.13　ベクトル　ベクトルの成分

1. $|\vec{a}|=\sqrt{5^2+(-12)^2}=13$

であるから，求める単位ベクトルは

$$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{13}\vec{a}=\left(\frac{5}{13},\ -\frac{12}{13}\right)$$

(5 点)

2. $k\vec{a}+l\vec{b}=k(3,\ -2)+l(2,\ 1)$

$=(3k+2l,\ -2k+l)$

これが $\vec{c}=(0,\ 7)$ に等しいから

$3k+2l=0$，$-2k+l=7$

これを解いて　$k=-2$，$l=3$

ゆえに　$\vec{c}=-2\vec{a}+3\vec{b}$

(5 点)

3. 点 D の座標を$(x,\ y)$ とする。四角形 ABCD が平行四辺形となるための条件は$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ であるから

$(x-(-2),\ y-1)=(10-6,\ -2-(-5))$

よって　$x+2=4$，$y-1=3$

したがって　$x=2$，$y=4$

ゆえに　D$(2,\ 4)$

(5 点)

4. $\vec{a}\parallel\vec{b}$ であるから，k を実数として

$$\vec{b}=k\vec{a}$$

と表される。

よって　$(x,\ 24)=k(3,\ -8)$

$(x,\ 24)=(3k,\ -8k)$

したがって　$x=3k$，$24=-8k$

ゆえに　$x=-9$

(5 点)

小テスト解答　No.14　ベクトル　ベクトルの内積

1. (1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=3\times3\sqrt{2}\times\cos45^\circ=9$

(3 点)

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BD}}=3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\times\cos90^\circ=0$

(3 点)

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=3\times3\times\cos0^\circ=9$

(3 点)

2. $\vec{a}\perp\vec{b}$ であるから　$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$$2\times5+(-1)\times x=0$$
$$10-x=0$$
$$x=10$$

(5 点)

3.
$$\begin{aligned}|2\vec{a}-\vec{b}|^2&=(2\vec{a}-\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})\\&=2\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})-\vec{b}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})\\&=4|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2\\&=4\times1^2-4\times3+4^2\\&=8\end{aligned}$$

$|2\vec{a}-\vec{b}|\geqq0$ であるから

$$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

(6 点)

小テスト解答　No.15　ベクトル　位置ベクトル（1）

1. $\vec{p}=\dfrac{4\vec{a}+5\vec{b}}{5+4}=\dfrac{4\vec{a}+5\vec{b}}{9}$

$\vec{q}=\dfrac{-4\vec{a}+5\vec{b}}{5-4}=-4\vec{a}+5\vec{b}$

(各 3 点)

2. (1)　L はBC を 2:1 に内分する点であるから

$$\vec{l}=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{2+1}=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}$$

M はCA を2:1 に内分する点であるから

$$\vec{m}=\frac{\vec{c}+2\vec{a}}{2+1}=\frac{\vec{c}+2\vec{a}}{3}$$

N はAB を2:1 に内分する点であるから

$$\vec{n}=\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{2+1}=\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$$

(各 3 点)

(2)　△LMN の重心の位置ベクトル$\vec{g}$は

$$\vec{g}=\frac{\vec{l}+\vec{m}+\vec{n}}{3}=\frac{\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}+\frac{\vec{c}+2\vec{a}}{3}+\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}}{3}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

(5 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.16　ベクトル　位置ベクトル（2）

1.　(1)　点E は辺CD を1:2 に内分するから

$$\overrightarrow{AE}=\frac{2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}}{1+2}$$

$$=\frac{2(\vec{b}+\vec{d})+\vec{d}}{3}$$

$$=\frac{2\vec{b}+3\vec{d}}{3}$$

(6 点)

点F は対角線BD を3:2 に内分するから

$$\overrightarrow{AF}=\frac{2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}}{3+2}$$

$$=\frac{2\vec{b}+3\vec{d}}{5}$$

(6 点)

(2)　(1)より

$$\overrightarrow{AE}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AF}$$

ゆえに，3 点A，E，F は一直線上にある。

(8 点)

小テスト解答　No.17　ベクトル　位置ベクトル（3）

1.　(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\dfrac{3}{5}\vec{a}$ であり，点P は線分BM 上にあるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OM}}+(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$
$$=\frac{3}{5}s\vec{a}+(1-s)\vec{b} \qquad \cdots\cdots①$$

(6 点)

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\dfrac{3}{4}\vec{b}$ であり，点P は線分AN 上にあるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{ON}}$$
$$=(1-t)\vec{a}+\frac{3}{4}t\vec{b} \qquad \cdots\cdots②$$

(6 点)

(3)　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の $\vec{a}$，$\vec{b}$ による表し方はただ 1 通りである。

したがって，①，②より

$$\frac{3}{5}s=1-t,\quad 1-s=\frac{3}{4}t$$

これを解いて　　$s=\dfrac{5}{11}$，$t=\dfrac{8}{11}$

ゆえに　　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{3}{11}\vec{a}+\dfrac{6}{11}\vec{b}$

(8 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.18　ベクトル　位置ベクトル（4）

1. (1)　$\overrightarrow{AP}+4\overrightarrow{BP}+3\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ より

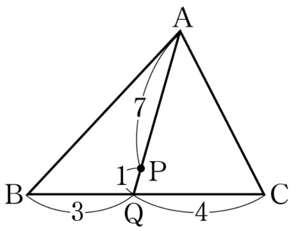
$$\overrightarrow{AP}+4(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB})+3(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AC})=\vec{0}$$

$$8\overrightarrow{AP}-4\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$$

ゆえに　$\overrightarrow{AP}=\dfrac{4\vec{b}+3\vec{c}}{8}$

(8 点)

(2)　(1)より　$\overrightarrow{AP}=\dfrac{7}{8}\times\dfrac{4\vec{b}+3\vec{c}}{7}$



$\overrightarrow{AQ}=\dfrac{4\vec{b}+3\vec{c}}{7}$ であるから

$$\overrightarrow{AP}=\frac{7}{8}\overrightarrow{AQ}$$

よって，点Q は線分BC を3 : 4 に内分する。

また，点P は線分AQ を7 : 1 に内分する。

ゆえに　BQ : QC = 3 : 4，AP : PQ = 7 : 1

(各 6 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.19　ベクトル　ベクトル方程式

1.　(1)　$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{u}$

(4 点)

(2)　点 P の座標を $(x,\ y)$ とすると，$\vec{p}=(x,\ y)$ であるから，(1)より

$$(x,\ y)=(3,\ -1)+t(5,\ 4)$$

となる。

したがって

$$\begin{cases} x=3+5t \\ y=-1+4t \end{cases}$$

(4 点)

2.　(1)　$\vec{n}\perp\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ または $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{0}$ である。

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{p}-\vec{a}$ であるから

$$\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{a})=0$$

(4 点)

(2)　点 P の座標を $(x,\ y)$ とすると，$\vec{p}=(x,\ y)$ であるから，(1)より

$$3(x+4)+2(y-2)=0$$

すなわち　$3x+2y+8=0$

(4 点)

3.　$|4\vec{p}-\vec{a}|=12$ より　$\left|\vec{p}-\dfrac{1}{4}\vec{a}\right|=3$

よって

中心の位置ベクトル $\dfrac{1}{4}\vec{a}$，半径 3

(4 点)

小テスト解答　No.20　ベクトル　空間における座標，空間におけるベクトル（1）

1. (1) y座標は0であり，x座標，z座標の符号が変わるから

$$\mathrm{P}'(3,\ 0,\ -2)$$

(4 点)

(2) 求める平面上の点のx座標はつねに-3であるから

$$x=-3$$

(4 点)

2. (1)
$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{EG}}&=\overrightarrow{\mathrm{AC}}\\&=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}\\&=\vec{a}+\vec{b}\end{aligned}$$

(4 点)

(2)
$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{HB}}&=\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AH}}\\&=\overrightarrow{\mathrm{AB}}-(\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}})\\&=\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}\end{aligned}$$

(4 点)

(3) $\overrightarrow{\mathrm{EC}}-\overrightarrow{\mathrm{HB}}=(\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AE}})-\overrightarrow{\mathrm{HB}}$

(1)，(2)より

$$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{a}+\vec{b},\quad \overrightarrow{\mathrm{HB}}=\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$$

よって

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{EC}}-\overrightarrow{\mathrm{HB}}&=(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})-(\vec{a}-\vec{b}-\vec{c})\\&=2\vec{b}\end{aligned}$$

(4 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.21　ベクトル　空間におけるベクトル（2）

1. $2\vec{a}-\vec{b}+4\vec{c}=2(4,\ -3,\ 2)-(0,\ 5,\ -3)+4(-1,\ 0,\ -2)$

$=(8,\ -6,\ 4)-(0,\ 5,\ -3)+(-4,\ 0,\ -8)$

$=(4,\ -11,\ -1)$

(6 点)

2. $|\vec{a}|=\sqrt{(-2)^2+0^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$|\vec{b}|=\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{9}=3$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=(-2)\times2+0\times(-2)+2\times(-1)=-6$

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-6}{2\sqrt{2}\times3}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ であるから

$\theta=135^\circ$

(7 点)

3. $\vec{a}\perp\vec{b}$ より，$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ であるから

$2\times(k-2)+(-3)\times3+1\times5=0$

よって　　$2k=8$

すなわち　　$k=4$

(7 点)

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.22　ベクトル　位置ベクトルと空間の図形（1）

1. $\overrightarrow{AB}=(-1,\ -1,\ 4)-(1,\ 2,\ 0)=(-2,\ -3,\ 4)$

（4 点）

2. (1) $\vec{p}=\dfrac{2\vec{a}+3\vec{b}}{3+2}=\dfrac{2\vec{a}+3\vec{b}}{5}$

$=\dfrac{1}{5}\{2(2,\ 4,\ 3)+3(1,\ -2,\ 2)\}$

$=\dfrac{1}{5}\{(4,\ 8,\ 6)+(3,\ -6,\ 6)\}$

$=\dfrac{1}{5}(7,\ 2,\ 12)$

$=\left(\dfrac{7}{5},\ \dfrac{2}{5},\ \dfrac{12}{5}\right)$

（4 点）

(2) $\vec{q}=\dfrac{-\vec{a}+2\vec{b}}{2-1}=-\vec{a}+2\vec{b}$

$=-(2,\ 4,\ 3)+2(1,\ -2,\ 2)$

$=(-2,\ -4,\ -3)+(2,\ -4,\ 4)$

$=(0,\ -8,\ 1)$

（4 点）

(3) $\vec{g}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

$=\dfrac{1}{3}\{(2,\ 4,\ 3)+(1,\ -2,\ 2)+(-6,\ 5,\ 0)\}$

$=\dfrac{1}{3}(-3,\ 7,\ 5)$

$=\left(-1,\ \dfrac{7}{3},\ \dfrac{5}{3}\right)$

（4 点）

3. 求める球の半径rは，点 A と平面 $y=2$ との距離に等しいから

$r=6-2=4$

したがって，求める球の方程式は

$(x+3)^2+(y-6)^2+(z-1)^2=16$

（4 点）

小テスト解答　No.23　ベクトル　位置ベクトルと空間の図形（2）

1. (1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ であるから

$$\vec{p}=k\vec{a}+k\vec{b}+k\vec{c} \quad \cdots\cdots①$$

(6 点)

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=s(\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})+t(\overrightarrow{\mathrm{ON}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})$$

$$\vec{p}-\vec{a}=s(\vec{b}-\vec{a})+t\left(\frac{1}{4}\vec{c}-\vec{a}\right)$$

$$\vec{p}=(1-s-t)\vec{a}+s\vec{b}+\frac{1}{4}t\vec{c} \quad \cdots\cdots②$$

(6 点)

(3) 4 点O，A，B，C は同一平面上にないから，①，②より

$$\begin{cases} k=1-s-t & \cdots\cdots③ \\ k=s & \cdots\cdots④ \\ k=\dfrac{1}{4}t & \cdots\cdots⑤ \end{cases}$$

③，④，⑤より　　$k=\frac{1}{6}$，$s=\frac{1}{6}$，$t=\frac{2}{3}$

ゆえに　　$\vec{p}=\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}$

(8 点)