

**[Level Up]**

(教科書 p.130)

1 関数  $y = \frac{bx+c}{x+a}$  のグラフは点  $(1, -1)$  を通り, 2 直線  $x = -2, y = 3$  を漸近線にもつという。定数  $a, b, c$  の値を求めて, そのグラフをかけ。

3 次の関数の逆関数がもとの関数と一致するように, 定数  $a$  の値を定めよ。

(1)  $y = ax + 1 (a \neq 0)$

(2)  $y = \frac{ax-1}{x-2} (a \neq \frac{1}{2})$

2 直線  $y = mx$  が関数  $y = \sqrt{2x-1}$  のグラフとただ 1 点を共有するような定数  $m$  の値を求めよ。

4  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = \log_2 x - 1$  であるとき, 次の合成関数を求めよ。

(1)  $(f \circ g)(x)$

(2)  $(g^{-1} \circ f^{-1})(x)$

5 次の数列の極限值を求めよ。

$$1, \frac{1+4}{2^2}, \frac{1+4+7}{3^2}, \frac{1+4+7+10}{4^2}, \dots$$

6 無限級数  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$  について, 次の間に答えよ。

(1)  $\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$  となることを用いて, この無限級数の第  $n$  項までの部分

和  $S_n$  を求めよ。

(2) この無限級数の和を求めよ。

7  $a_n = \log_{10} \frac{n+1}{n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) について, 次の間に答えよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  の収束, 発散を調べよ。

8  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - ax)$  が有限な値になるように、定数  $a$  の値を定めよ。また、そのときの極限値を求めよ。

9 次の極限値を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x)$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2}$

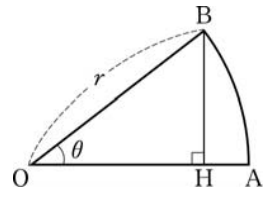
(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

(5)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$

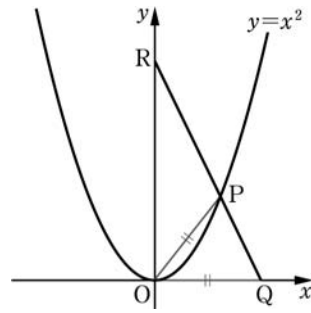
(6)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x - \pi)^2 (1 - \cos x)}{1 + \cos x}$

10 右の図の扇形において、次の極限值を求めよ。

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{AH}{\theta^2}$$



11 放物線  $y = x^2$  上の動点 P と  $x$  軸の正の部分にある動点 Q が、つねに  $OP = OQ$  の関係を保ちながら動くとき、直線 PQ が  $y$  軸と交わる点を R とする。いま、P が第 1 象限にあって原点 O に限りなく近づくと、点 R はどのような点に近づくか。



12 関数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + 1}{x^{2n} + 1}$  のグラフをかき、 $f(x)$  が不連続となる  $x$  の値を求めよ。

13 方程式  $\log_{10} x - \frac{x}{20} = 0$  は  $10 < x < 100$  の範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつことを証明せよ。