

Readiness check

1 複素数

(教科書 p.46)

複素数

虚数単位 i は $i^2 = -1$ を満たす数である。

虚数単位 i と実数 a, b を用いて, $a + bi$ の形に表される数を複素数といい, a を実部, b を虚部という。

複素数 $a + bi$ において, $b \neq 0$ のとき, 虚数という。

とくに, $a = 0, b \neq 0$ のとき, bi を純虚数という。

問1 次の複素数の実部, 虚部を求めよ。

(1) $-2 + 5i$

(2) $4 - i$

(3) $\sqrt{2}i$

(4) 8

共役な複素数

a, b が実数であるとき, 複素数 $\alpha = a + bi$ に対して, $a - bi$ を α と共役な複素数といい, $\bar{\alpha}$ で表す。

例1 複素数 $\alpha = -5 + 6i$ と共役な複素数を求めよ。

解

問2 次の複素数と共役な複素数を求めよ。

(1) $1 + 3i$

(2) $\sqrt{3} - i$

(3) $-8i$

(4) 4

複素数の相等

a, b, c, d が実数のとき

$$a + bi = c + di$$

$$\Leftrightarrow a = c \text{ かつ } b = d$$

とくに

$$a + bi = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 0 \text{ かつ } b = 0$$

例2 等式 $(2x + 3y) + (x + 2y)i = 8 + 5i$ を満たす実数 x, y を求めよ。

解

問3 次の等式を満たす実数 x, y を求めよ。

(1) $(x - 3y) + (2x + y)i = 4 + 7i$

(2) $(5x - 2y + 1) + (3x - 1)i = 0$

2 複素数の演算

(教科書 p.47)

例3 次の計算をし、 $a + bi$ の形で表せ。

(1) $(4 + 3i) + (-6 + i)$

(2) $(1 + 2i)(5 - 3i)$

(3) $\frac{3-2i}{3+2i}$

解

問4 次の計算をし、 $a + bi$ の形で表せ。

(1) $(8 + 7i) - (3 - 2i)$

(2) $(4 - i)(3 + 2i)$

(3) $i^3 + i$

(4) $\frac{1}{1+4i}$

(5) $\frac{2+i}{2-i}$

3 2点間の距離

(教科書 p.47)

| 2点間の距離 |
|---|
| 2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 間の距離は $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ |

例4 2点 $A(3, 1)$, $B(6, 2)$ 間の距離を求めよ。

解

問5 2点 $A(2, 3)$, $B(-1, 7)$ 間の距離を求めよ。

4 内分点・外分点の座標

(教科書 p.47)

内分点・外分点の座標

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を結ぶ線分 AB を

$m : n$ に内分する点 P の座標は

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n} \right)$$

$m : n$ に外分する点 Q の座標は

$$\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m-n} \right)$$

問6 2点 $A(-2, 3)$, $B(6, -1)$ を結ぶ線分 AB を $3 : 1$ に内分する点 P, および $3 : 1$ に外分する点 Q の座標を求めよ。