Readiness check

❶ 2 次関数のグラフ

（教科書 p.6）

例1 次の 2 次関数のグラフをかけ。

$y = 2x^2 + 8x$

解 ……………………………………………………………………………………………

問1 次の 2 次関数のグラフをかけ。

（1）　$y = x^2 - 4x + 3$

⑵ $y=-x^2-6x$

② 円の方程式

（教科書 p.6）

円の方程式
点 $(a,\ b)$ を中心とする半径 r の円の方程式は $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ とくに，原点を中心とする半径 r の円の方程式は $x^2+y^2=r^2$

例2 次の方程式が表す図形をかけ。

$x^2+y^2-2x+4y+1=0$

解 ………………………………………………………………………………

問2 次の方程式が表す図形をかけ。

(1)　$x^2+y^2+4x-6y-12=0$

(2)　$x^2+y^2-2x-2y=0$

③ 円の接線

（教科書 p.7）

例3 直線 $y=2x+k$ が円 $x^2+y^2=1$ に接するような定数 k の値を求めよ。

解 ……………………………………………………………………………………

問3 直線 $y=-x+k$ が円 $x^2+y^2=2$ と共有点をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

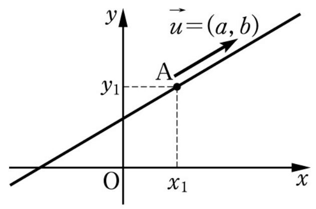
④ 直線の媒介変数表示

（教科書 p.7）

直線の媒介変数表示

点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$ を通り，$\vec{u}=(a,\ b)$ を方向ベクトルとする直線を媒介変数表示すると

$$\begin{cases} x=x_1+at \\ y=y_1+bt \end{cases}$$



例4 2 点 $\mathrm{A}(-2,\ 3)$，$\mathrm{B}(1,\ 2)$ を通る直線を媒介変数表示せよ。

解

問4 2 点 $\mathrm{A}(2,\ -1)$，$\mathrm{B}(5,\ 3)$ を通る直線を媒介変数表示せよ。

Readiness check

① 2 次関数のグラフ

（教科書 p.6）

例1 次の 2 次関数のグラフをかけ。

$y = 2x^2 + 8x$

解

与えられた 2 次関数は

$y = 2(x^2 + 4x)$

$= 2\{(x + 2)^2 - 4\}$

$= 2(x + 2)^2 - 8$

と変形される。

よって，そのグラフは

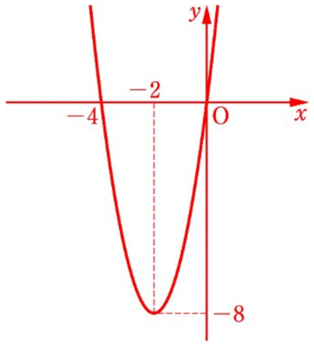
$y = 2x^2$

のグラフを x 軸方向に -2，y 軸方向に -8 だけ平行移動した放物線であり，その

軸は直線 $x = -2$

頂点は点 $(-2,\ -8)$

で，下の図のようになる。



問1 次の 2 次関数のグラフをかけ。

(1)　$y = x^2 - 4x + 3$

与えられた 2 次関数は

$y = x^2 - 4x + 3$

$= \{(x - 2)^2 - 4\} + 3$

$= (x - 2)^2 - 1$

と変形される。

よって，そのグラフは

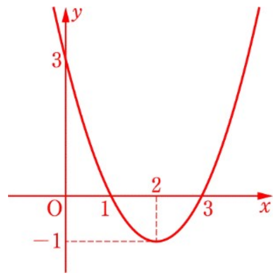
$y = x^2$

のグラフを x 軸方向に 2，y 軸方向に -1だけ平行移動した放物線であり，その

軸は直線 $x = 2$

頂点は点 $(2,\ -1)$

で，下の図のようになる。



(2)　$y=-x^2-6x$

与えられた2次関数は

$$y=-x^2-6x$$
$$=-\{(x+3)^2-9\}$$
$$=-(x+3)^2+9$$

と変形される。

よって，そのグラフは

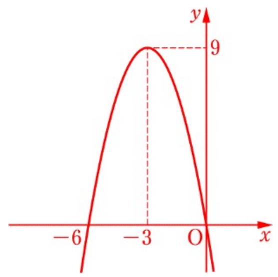
$$y=-x^2$$

のグラフを x 軸方向に -3，y 軸方向に 9だけ平行移動した放物線であり，その

軸は直線 $x=-3$

頂点は点 $(-3,\ 9)$

で，下の図のようになる。



② 円の方程式

（教科書 p.6）

円の方程式
点 $(a,\ b)$ を中心とする半径 r の円の方程式は $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ とくに，原点を中心とする半径 r の円の方程式は $x^2+y^2=r^2$

例2 次の方程式が表す図形をかけ。

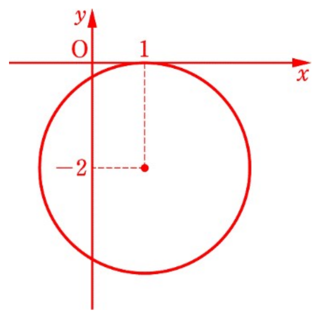
$$x^2+y^2-2x+4y+1=0$$

解

この方程式を変形すると

$$(x^2-2x)+(y^2+4y)=-1$$
$$(x-1)^2-1+(y+2)^2-4=-1$$
$$(x-1)^2+(y+2)^2=4$$

よって，この図形は，点 $(1,\ -2)$ を中心とする半径2の円で，下の図のようになる。



問2 次の方程式が表す図形をかけ。

(1)　$x^2+y^2+4x-6y-12=0$

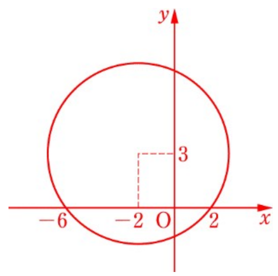
この方程式を変形すると

$(x^2+4x)+(y^2-6y)=12$

$(x+2)^2-4+(y-3)^2-9=12$

$(x+2)^2+(y-3)^2=25$

よって，この図形は，点 $(-2,\ 3)$ を中心とする半径 5 の円で，下の図のようになる。



(2)　$x^2+y^2-2x-2y=0$

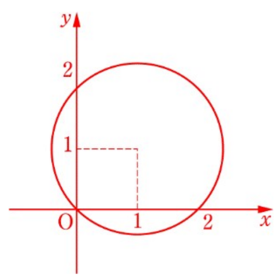
この方程式を変形すると

$(x^2-2x)+(y^2-2y)=0$

$(x-1)^2-1+(y-1)^2-1=0$

$(x-1)^2+(y-1)^2=2$

よって，この図形は，点 $(1,\ 1)$ を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円で，下の図のようになる。



③ 円の接線

（教科書 p.7）

例3 直線 $y=2x+k$ が円 $x^2+y^2=1$ に接するような定数 k の値を求めよ。

解

連立方程式

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 & \cdots\cdots ① \\ y=2x+k & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

において，②を①に代入すると

$x^2+(2x+k)^2=1$

すなわち

$5x^2+4kx+k^2-1=0$　$\cdots\cdots$ ③

この 2 次方程式の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(2k)^2-5\cdot(k^2-1)$$

$$=-k^2+5$$

直線②が円①に接するのは，2 次方程式③が重解をもつときであるから，$\frac{D}{4}=0$ より

$-k^2+5=0$

すなわち　$k^2=5$

したがって

$k=\pm\sqrt{5}$

問3 直線 $y=-x+k$ が円 $x^2+y^2=2$ と共有点をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

連立方程式

$$\begin{cases} x^2+y^2=2 & \cdots\cdots① \\ y=-x+k & \cdots\cdots② \end{cases}$$

において，②を①に代入すると

$$x^2+(-x+k)^2=2$$

すなわち

$$2x^2-2kx+k^2-2=0 \qquad \cdots\cdots③$$

この 2 次方程式の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(-k)^2-2\cdot(k^2-2)$$

$$=-k^2+4$$

直線②が円①と共有点をもつのは，2 次方程式③が実数解をもつときであるから，

$\frac{D}{4}\geqq 0$ より

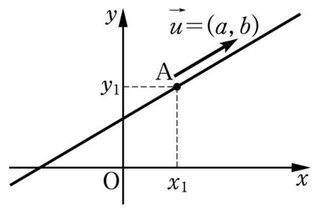
$$-k^2+4\geqq 0$$

すなわち　$k^2\leqq 4$

したがって　$\boldsymbol{-2\leqq k\leqq 2}$

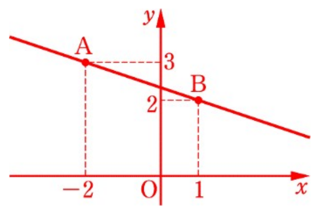
④ 直線の媒介変数表示

（教科書 p.7）

直線の媒介変数表示
点 $A(x_1,\ y_1)$ を通り，$\vec{u}=(a,\ b)$ を方向ベクトルとする直線を媒介変数表示すると $\begin{cases} x=x_1+at \\ y=y_1+bt \end{cases}$ 

例4 2 点 $A(-2,\ 3)$，$B(1,\ 2)$ を通る直線を媒介変数表示せよ。

解 ……………………………………………………………………

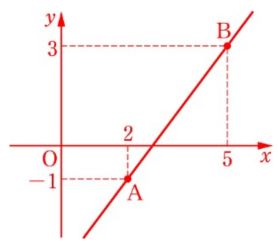


点 $A(-2,\ 3)$ を通り，

$\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(3,\ -1)$ を方向ベクトルとする直線であるから

$$\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-t \end{cases}$$

問4 2 点 $A(2,\ -1)$，$B(5,\ 3)$ を通る直線を媒介変数表示せよ。



点 $A(2,\ -1)$ を通り，$\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(3,\ 4)$ を方向ベクトルとする直線であるから

$$\begin{cases} \boldsymbol{x=2+3t} \\ \boldsymbol{y=-1+4t} \end{cases}$$