

練習問題 A

(教科書 p.130)

1 分数関数 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ のグラフは、点 $(1, 3)$ を通り、2 直線 $x = -1$, $y = 4$ を漸近線にもつという。

定数 a, b, c の値を求めよ。また、そのグラフをかけ。

2 不等式 $\sqrt{ax+b} > \frac{1}{2}x - 1$ の解が $4 < x < 8$ となるように、定数 a, b の値を定めよ。

3 次の数列の極限值を求めよ。

$$1, \frac{1+4}{2^2}, \frac{1+4+7}{3^2}, \frac{1+4+7+10}{4^2}, \dots$$

4 第 n 項が次の式で表される数列の極限を調べよ。

$$\frac{r^{2n} - 2^{2n+1}}{r^{2n} + 4^n}$$

5 無限級数 $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$ について、次の間に答えよ。

(1) $\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$ となることを用いて、この無限級数の第 n 項までの部分分和 S_n を求めよ。

(2) この無限級数の和を求めよ。

6 次の極限を調べよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

(3) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x-\pi)^2}{1+\cos x}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2^{\frac{1}{x}} + 1\right) \left(2^{-\frac{1}{x}} + 1\right)$

7 次の関数の逆関数がもとの関数と一致するように，定数 a の値を定めよ。

(1) $y = ax + 1 \ (a \neq 0)$

(2) $y = \frac{ax-2}{x-2} \ (a \neq 1)$

8 無限等比級数 $x + x(1 - x^2) + x(1 - x^2)^2 + \dots$ が収束するような実数 x の値の範囲を求めよ。
また、収束するときの和を求めよ。

9 $a_n = \log_{10} \frac{n+1}{n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) について、次の問に答えよ。
(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の収束, 発散を調べよ。

10 数列 $1, -1, 1, -1, 1, \dots$ の初項から第 n 項までの和を S_n , また $T_n = \frac{1}{n}(S_1 + S_2 + \dots + S_n)$ と

するとき, 次の問に答えよ。

(1) S_n および T_n を求めよ。

11 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+2} - (ax+b)}{x} = 2$ が成り立つように, 定数 a, b の値を定めよ。

(2) 数列 $\{T_n\}$ の極限を調べよ。

1 2 関数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + 1}{x^{2n} + 1}$ のグラフをかき, $f(x)$ が不連続となる x の値を求めよ。

1 3 放物線 $y = x^2$ 上の動点 P と x 軸の正の部分にある動点 Q が, つねに $OP = OQ$ の関係を保ちながら動くとき, 直線 PQ が y 軸と交わる点を R とする。いま, P が第 1 象限にあって原点 O に限りなく近づくとき, 点 R はどのような点に近づくか。

