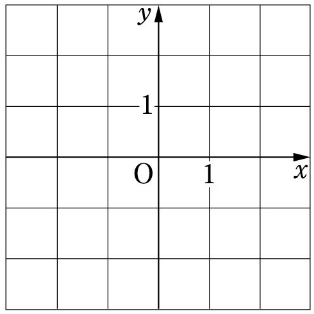
小テスト	No.16　複素数平面　複素数平面(1)				
	年	組	番	名前	／20

1.　4点 A$(-2+i)$，B$(1-2i)$，C$(-i)$，D(2) を，それぞれ複素数平面上に示せ。

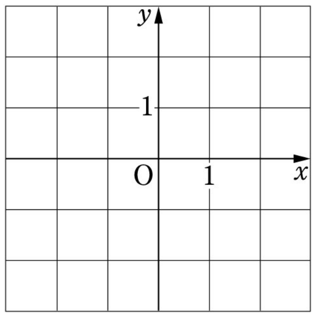


2.　$\alpha=1+2i$，$\beta=2-i$ として，次のものを求めよ。

(1)　$\overline{\alpha\beta}$

(2)　$\overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}$

3.　複素数 $z=1-2i$ について，次の問に答えよ。



(1)　z を表す点と，次のそれぞれに関して対称な点が表す複素数を求めよ。

①　実軸

②　原点

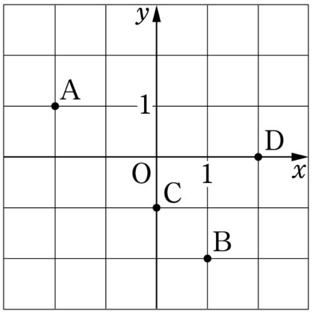
③　虚軸

(2)　z，$-z$，$\overline{z}$，$-\overline{z}$ が表す点を，それぞれ複素数平面上に示せ。

小テスト解答　No.16　複素数平面　複素数平面(1)

1. 複素数平面では，x 軸を実軸，y 軸を虚軸という。
解答は右図。

(各 1 点)



2. (1) $\overline{\alpha\beta}=\overline{\alpha}\,\overline{\beta}=(1-2i)(2+i)=2+i-4i-2i^2=4-3i$

(3 点)

(2) $\overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}=\dfrac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}}=\dfrac{1-2i}{2+i}=\dfrac{(1-2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{2-i-4i+2i^2}{2^2-i^2}=-i$

(3 点)

3. (1) ① 点 z と実軸に関して対称な点が表す複素数は $\overline{z}$。
$\overline{z}=1+2i$

(2 点)

② 点 z と原点に関して対称な点が表す複素数は $-z$。
$-z=-1+2i$

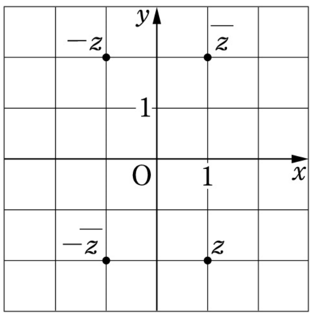
(2 点)

③ 点 z と虚軸に関して対称な点が表す複素数は $-\overline{z}$。
$-\overline{z}=-1-2i$

(2 点)

(2) 解答は右図。

(各 1 点)



小テスト	No.17　複素数平面　複素数平面(2)				
	年	組	番	名前	／20

1. 次の複素数の絶対値を求めよ。

(1)　-2

(2)　$-3+i$

(3)　$5-5i$

(4)　$-7i$

2. 次の 2 点間の距離を求めよ。

(1)　$\alpha=2+4i$，$\beta=4-i$

(2)　$\alpha=3-2i$，$\beta=-1+4i$

$\boxed{\text{小テスト解答}}$ No.17 複素数平面 複素数平面(2)

1. (1) $|-2|=2$

(3 点)

(2) $|-3+i|=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$

(3 点)

(3) $|5-5i|=\sqrt{5^2+(-5)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

(3 点)

(4) $|-7i|=7$

(3 点)

2. (1) $|\alpha-\beta|=|(2+4i)-(4-i)|=|-2+5i|=\sqrt{(-2)^2+5^2}=\sqrt{29}$

(4 点)

(2) $|\alpha-\beta|=|(3-2i)-(-1+4i)|=|4-6i|=\sqrt{4^2+(-6)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

(4 点)

小テスト	No.18　複素数平面　複素数の極形式(1)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の複素数を極形式で表せ。ただし，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(1)　$-1-i$

(2)　$\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

(3)　3

(4)　$-i$

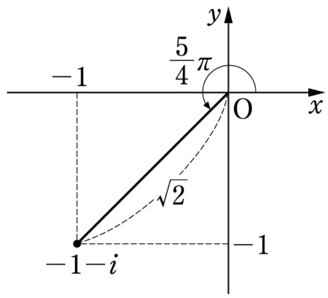
2.　$z=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{3}{4}\pi+i\sin\dfrac{3}{4}\pi\right)$ のとき，$\overline{z}$ と $-z$ を極形式で表せ。

小テスト解答　No.18　複素数平面　複素数の極形式(1)

1. (1)　絶対値は　$r=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$

右の図より，偏角は　$\theta=\dfrac{5}{4}\pi$

よって　$-1-i=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{5}{4}\pi+i\sin\dfrac{5}{4}\pi\right)$

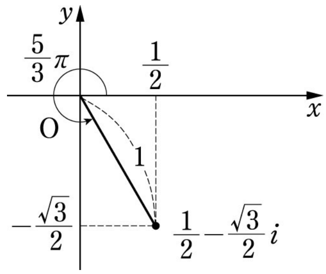


(4 点)

(2)　絶対値は　$r=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=1$

右の図より，偏角は　$\theta=\dfrac{5}{3}\pi$

よって　$\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=\cos\dfrac{5}{3}\pi+i\sin\dfrac{5}{3}\pi$

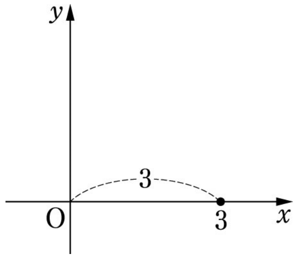


(4 点)

(3)　絶対値は　$r=\sqrt{3^2+0^2}=3$

右の図より，偏角は　$\theta=0$

よって　$3=3(1+0i)=3(\cos0+i\sin0)$

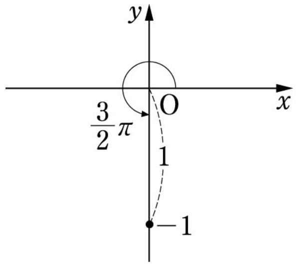


(4 点)

(4)　絶対値は　$r=\sqrt{0^2+(-1)^2}=1$

右の図より，偏角は　$\theta=\dfrac{3}{2}\pi$

よって　$-i=0-i=\cos\dfrac{3}{2}\pi+i\sin\dfrac{3}{2}\pi$



(4 点)

2. zと共役な複素数$\overline{z}$は，複素数平面上では実軸に対して対称な点で表されるから

$|\overline{z}|=|z|=\sqrt{2}$，　$\arg\overline{z}=-\arg z=-\dfrac{3}{4}\pi$

よって　$\overline{z}=\sqrt{2}\left\{\cos\left(-\dfrac{3}{4}\pi\right)+i\sin\left(-\dfrac{3}{4}\pi\right)\right\}$　(2 点)

zと$-z$は，複素数平面上では原点に対して対称な点で表されるから

$|-z|=|z|=\sqrt{2}$　$\arg(-z)=\arg z+\pi=\dfrac{7}{4}\pi$

よって　$-z=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{7}{4}\pi+i\sin\dfrac{7}{4}\pi\right)$　(2 点)

小テスト	No.19　複素数平面　複素数の極形式(2)				
	年	組	番	名前	／20

1. $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ のとき，$z^2=r^2(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)$ であることを示せ。

2. $z_1=3\left(\cos\frac{2}{3}\pi+i\sin\frac{2}{3}\pi\right)$，$z_2=2\left(\cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$ のとき，z_1z_2 と $\frac{z_1}{z_2}$ を求めよ。

小テスト解答　No.19　複素数平面　複素数の極形式(2)

1.

$$|z^2|=|z||z|=r\cdot r=r^2$$

$$\arg z^2=\arg z+\arg z=\theta+\theta=2\theta$$

ゆえに

$$z^2=r^2(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)$$

(6 点)

2.

$$z_1z_2=3\cdot 2\left\{\cos\left(\frac{2}{3}\pi+\frac{4}{3}\pi\right)+i\sin\left(\frac{2}{3}\pi+\frac{4}{3}\pi\right)\right\}$$

$$=6(\cos 2\pi+i\sin 2\pi)$$

$$=6$$

(7 点)

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{3}{2}\left\{\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\frac{4}{3}\pi\right)+i\sin\left(\frac{2}{3}\pi-\frac{4}{3}\pi\right)\right\}$$

$$=\frac{3}{2}\left\{\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(-\frac{2}{3}\pi\right)\right\}$$

$$=-\frac{3}{4}-\frac{3\sqrt{3}}{4}i$$

(7 点)

小テスト	No.20　複素数平面　複素数の極形式(3)				
	年	組	番	名前	／20

1.　点 z に対して，次の点はどのような位置関係にあるか。

(1)　$\left(-\sqrt{3}+i\right)z$

(2)　$\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i\right)z$

2.　複素数 $z=1+i$ に対して，点 z を原点Oを中心に次の角だけ回転した点は，それぞれどのような複素数で表されるか。

(1)　$\dfrac{\pi}{6}$

(2)　$\dfrac{\pi}{2}$

(3)　$-\dfrac{\pi}{4}$

3.　$\alpha=1+2i$ とする。2点 0，α を頂点とする正三角形の第3の頂点を表す複素数 β を求めよ。

小テスト解答　No.20　複素数平面　複素数の極形式(3)

1. (1)　$\left|-\sqrt{3}+i\right|=2$，　$\arg\left(-\sqrt{3}+i\right)=\dfrac{5}{6}\pi$

であるから，点$\left(-\sqrt{3}+i\right)z$は，点$z$を原点Oを中心に$\dfrac{5}{6}\pi$だけ回転し，原点からの距離$|z|$を2倍にした点である。

(3点)

(2)　$\left|\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i\right|=3$，　$\arg\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i\right)=\dfrac{\pi}{3}$

であるから，点$\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i\right)z$は，点$z$を原点Oを中心に$\dfrac{\pi}{3}$だけ回転し，原点からの距離$|z|$を3倍にした点である。

(3点)

2. (1)　$\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)(1+i)=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)(1+i)=\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}i$

(3点)

(2)　$\left(\cos\dfrac{\pi}{2}+i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)(1+i)=i(1+i)=-1+i$

(3点)

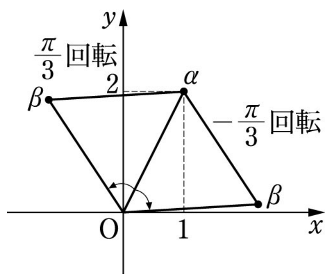
(3)　$\left\{\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right\}(1+i)=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)(1+i)=\sqrt{2}$

(3点)

3. 第3の頂点βは，点αを原点Oを中心に

$\dfrac{\pi}{3}$　または　$-\dfrac{\pi}{3}$

だけ回転した点である。



$$\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)(1+2i)=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(1+2i)$$
$$=\frac{1-2\sqrt{3}}{2}+\frac{2+\sqrt{3}}{2}i$$
$$\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right\}(1+2i)=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(1+2i)$$
$$=\frac{1+2\sqrt{3}}{2}+\frac{2-\sqrt{3}}{2}i$$

したがって

$$\beta=\frac{1-2\sqrt{3}}{2}+\frac{2+\sqrt{3}}{2}i\quad\text{または}\quad\frac{1+2\sqrt{3}}{2}+\frac{2-\sqrt{3}}{2}i$$

(5点)

小テスト	No.21　複素数平面　ド・モアブルの定理(1)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の値を計算せよ。

(1)　$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^6$

(2)　$\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$

2.　次の値を計算せよ。

(1)　$\left(-\sqrt{3}+i\right)^4$

(2)　$(1+i)^{12}$

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.21　複素数平面　ド・モアブルの定理(1)

1. (1) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i=\cos\dfrac{7}{4}\pi+i\sin\dfrac{7}{4}\pi$

よって

$$\left(\cos\frac{7}{4}\pi+i\sin\frac{7}{4}\pi\right)^6=\cos\left(6\cdot\frac{7}{4}\pi\right)+i\sin\left(6\cdot\frac{7}{4}\pi\right)$$
$$=\cos\frac{21}{2}\pi+i\sin\frac{21}{2}\pi$$
$$=i$$

(5 点)

(2) $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=\cos\dfrac{2}{3}\pi+i\sin\dfrac{2}{3}\pi$

よって

$$\left(\cos\frac{2}{3}\pi+i\sin\frac{2}{3}\pi\right)^3=\cos\left(3\cdot\frac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(3\cdot\frac{2}{3}\pi\right)$$
$$=\cos2\pi+i\sin2\pi$$
$$=1$$

(5 点)

2. (1) $-\sqrt{3}+i=2\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)=2\left(\cos\dfrac{5}{6}\pi+i\sin\dfrac{5}{6}\pi\right)$　より

$$(-\sqrt{3}+i)^4=2^4\left(\cos\frac{5}{6}\pi+i\sin\frac{5}{6}\pi\right)^4$$
$$=16\left(\cos\frac{10}{3}\pi+i\sin\frac{10}{3}\pi\right)$$
$$=16\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$
$$=-8-8\sqrt{3}i$$

(5 点)

(2) $1+i=\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i\right)=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$　より

$$(1+i)^{12}=\left(\sqrt{2}\right)^{12}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{12}$$
$$=64(\cos3\pi+i\sin3\pi)$$
$$=64\cdot(-1)$$
$$=-64$$

(5 点)

小テスト	No.22　複素数平面　ド・モアブルの定理(2)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の方程式を解け。

(1)　$z^6 = -1$

(2)　$z^4 = -2 - 2\sqrt{3}\,i$

小テスト解答　No.22　複素数平面　ド・モアブルの定理(2)

1. (1)　右辺の極形式を求めると　　$-1=\cos\pi+i\sin\pi$

ここで　　$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$　　……①

とおくと，方程式

$$z^6=-1$$

は，極形式を用いて次のように表される。

$$r^6(\cos6\theta+i\sin6\theta)=\cos\pi+i\sin\pi$$

両辺の絶対値と偏角を比較して

$r^6=1$，$r>0$ より　　$r=1$

$6\theta=\pi+2\pi\times k$ より　　$\theta=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}$　(k は整数)

$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で考えると　　$k=0$，1，2，3，4，5

したがって　　$\theta=\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{5}{6}\pi$，$\dfrac{7}{6}\pi$，$\dfrac{3}{2}\pi$，$\dfrac{11}{6}\pi$

r，θ を①に代入して計算すると

$$z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i,\ i,\ -\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i,\ -\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i,\ -i,\ \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$$

(10 点)

(2)　右辺の極形式を求めると　　$4\left(\cos\dfrac{4}{3}\pi+i\sin\dfrac{4}{3}\pi\right)$

ここで　　$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$　　……①

とおくと，方程式

$$z^4=-2-2\sqrt{3}i$$

は，極形式を用いて次のように表される。

$$r^4(\cos4\theta+i\sin4\theta)=4\left(\cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$$

両辺の絶対値と偏角を比較して

$r^4=4$，$r>0$ より　　$r=\sqrt{2}$

$4\theta=\dfrac{4}{3}\pi+2\pi\times k$ より　　$\theta=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2}$　(k は整数)

$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で考えると　　$k=0$，1，2，3

したがって　　$\theta=\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{5}{6}\pi$，$\dfrac{4}{3}\pi$，$\dfrac{11}{6}\pi$

r，θ を①に代入して計算すると

$$z=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i,\ -\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i,\ -\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i,\ \frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

(10 点)

小テスト	No.23　複素数平面　円と分点(1)				
	年	組	番	名前	／20

1.　2 点 $\alpha=-1+2i$，$\beta=3-i$ を結ぶ線分に対して，次の点を表す複素数を求めよ。

(1)　線分の中点

(2)　線分を 1：3 に内分する点

(3)　線分を 3：1 に外分する点

2.　複素数平面上の 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) を 3 頂点とする △ABC の重心 G(z) を表す複素数を求めよ。ただし，$\alpha=-6+9i$，$\beta=1-3i$，$\gamma=2+6i$ とする。

3.　次の条件を満たす点 z はどのような図形をえがくか。

$|z-1+i|=|z-i|$

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.23　複素数平面　円と分点(1)

1. (1) $\dfrac{(-1+2i)+(3-i)}{2}=1+\dfrac{1}{2}i$

(4 点)

(2) $\dfrac{3(-1+2i)+(3-i)}{1+3}=\dfrac{5}{4}i$

(4 点)

(3) $\dfrac{-(-1+2i)+3(3-i)}{3-1}=\dfrac{10-5i}{2}$

$=5-\dfrac{5}{2}i$

(4 点)

2. $z=\dfrac{(-6+9i)+(1-3i)+(2+6i)}{3}$

$=\dfrac{-3+12i}{3}$

$=-1+4i$

(4 点)

3. $|z-1+i|=|z-i|$ を変形して

$|z-(1-i)|=|z-i|$

よって，点 z は 2 点 $1-i$，i を結ぶ線分の垂直二等分線をえがく。

(4 点)

小テスト	No.24　複素数平面　円と分点(2)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の条件を満たす点 z はどのような図形をえがくか。

(1)　$|z+2i|=4$

(2)　$(z+i)(\overline{z-i})=1$

2.　$w=\dfrac{iz+4}{2}$ とする。点 z が単位円上を動くとき，点 w はどのような図形をえがくか。

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.24　複素数平面　円と分点(2)

1. (1) $|z+2i|=4$ は

$$|z-(-2i)|=4$$

と変形できるから，点 z は，点 $-2i$ を中心とする半径 4 の円をえがく。

(5 点)

(2) $(z+i)(\overline{z-i})=1$ より

$$|z+i|^2=1$$

これは

$$|z-(-i)|=1$$

と変形できるから，点 z は，点 $-i$ を中心とする半径 1 の円をえがく。

(5 点)

2. 点 z が単位円上を動くから

$$|z|=1 \qquad \cdots\cdots①$$

$w=\dfrac{iz+4}{2}$ を z について解くと

$$z=\frac{2w-4}{i}$$

これを①に代入して

$$\left|\frac{2w-4}{i}\right|=1$$

$$\frac{2|w-2|}{|i|}=1$$

$$|w-2|=\frac{1}{2}$$

したがって，点 w は点 2 を中心とする半径 $\dfrac{1}{2}$ の円をえがく。

(10 点)

小テスト	No.25　複素数平面　円と分点(3)				
	年	組	番	名前	／20

1.　複素数平面上で，2 点 O(0)，A(-2) からの距離の比が 3 : 1 である点 P(z) 全体の表す図形を求めよ。

2.　点 $3+2i$ を点 i を中心に $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点 z を求めよ。

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.25　複素数平面　円と分点(3)

1. 条件より　　$\mathrm{OP}:\mathrm{AP}=3:1$

すなわち　　$\mathrm{OP}=3\mathrm{AP}$

よって　　$|z|=3|z+2|$

両辺を 2 乗すると

$$|z|^2=3^2|z+2|^2$$
$$z\overline{z}=9(z+2)(\overline{z+2})$$
$$z\overline{z}=9(z+2)(\overline{z}+2)$$

展開して整理すると

$$z\overline{z}=9(z\overline{z}+2z+2\overline{z}+4)$$
$$8z\overline{z}+18z+18\overline{z}+36=0$$
$$z\overline{z}+\frac{9}{4}z+\frac{9}{4}\overline{z}+\frac{9}{2}=0$$
$$z\overline{z}+\frac{9}{4}(z+\overline{z})+\frac{9}{2}=0$$

よって

$$\left(z+\frac{9}{4}\right)\left(\overline{z}+\frac{9}{4}\right)=\frac{9}{16}$$
$$\left(z+\frac{9}{4}\right)\left(\overline{z+\frac{9}{4}}\right)=\frac{9}{16}$$
$$\left|z+\frac{9}{4}\right|^2=\frac{9}{16}$$

したがって

$$\left|z+\frac{9}{4}\right|=\frac{3}{4}$$

これは中心が点 $-\frac{9}{4}$，半径 $\frac{3}{4}$ の円を表す。

(15 点)

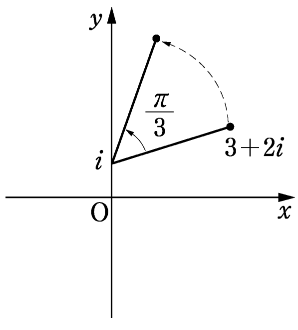
2. $z=\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)(3+2i-i)+i$

$=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(3+i)+i$

$=\left(\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i+\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}i^2\right)+i$

$=\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}+\frac{1+3\sqrt{3}}{2}i\right)+i$

$=\frac{3-\sqrt{3}}{2}+\frac{3+3\sqrt{3}}{2}i$



(5 点)

小テスト	No.26　複素数平面　複素数と三角形(1)				
	年	組	番	名前	／20

1. 次の 2 点 P，Q において，半直線 PQ が実軸の正の向きとなす角 θ を求めよ。

(1)　$\mathrm{P}(1-2i)$，$\mathrm{Q}(-2+i)$

(2)　$\mathrm{P}\left(-\sqrt{3}+i\right)$，$\mathrm{Q}\left(\sqrt{3}-i\right)$

2. 次の 3 点 P，Q，R において，それぞれ $\angle\mathrm{QPR}$ を求めよ。

(1)　$\mathrm{P}(2i)$，$\mathrm{Q}(-1)$，$\mathrm{R}(6-i)$

(2)　$\mathrm{P}(1+3i)$，$\mathrm{Q}(-1-i)$，$\mathrm{R}(3-3i)$

小テスト解答　No.26　複素数平面　複素数と三角形(1)

1. (1) $(-2+i)-(1-2i)=-3+3i$

$$=3\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$$

であるから　$\theta=\arg(-3+3i)=\dfrac{3}{4}\pi$

(5 点)

(2) $\left(\sqrt{3}-i\right)-\left(-\sqrt{3}+i\right)=2\sqrt{3}-2i$

$$=4\left(\cos\frac{11}{6}\pi+i\sin\frac{11}{6}\pi\right)$$

であるから　$\theta=\arg\left(2\sqrt{3}-2i\right)=\dfrac{11}{6}\pi$

(5 点)

2. (1) $\dfrac{(6-i)-2i}{-1-2i}=\dfrac{6-3i}{-1-2i}$

$$=\frac{(6-3i)(-1+2i)}{(-1-2i)(-1+2i)}$$

$$=3i$$

$$=3\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$$

よって　$\angle\mathrm{QPR}=\arg\dfrac{(6-i)-2i}{-1-2i}=\dfrac{\pi}{2}$

(5 点)

(2) $\dfrac{(3-3i)-(1+3i)}{(-1-i)-(1+3i)}=\dfrac{2-6i}{-2-4i}$

$$=\frac{2(1-3i)(1-2i)}{-2(1+2i)(1-2i)}$$

$$=1+i$$

$$=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

よって　$\angle\mathrm{QPR}=\arg\dfrac{(3-3i)-(1+3i)}{(-1-i)-(1+3i)}=\dfrac{\pi}{4}$

(5 点)

小テスト	No.27　複素数平面　複素数と三角形(2)				
	年	組	番	名前	／20

1.　3 点 $\mathrm{P}(2+i)$，$\mathrm{Q}(-1-2i)$，$\mathrm{R}(3+xi)$ について，P，Q，R が一直線上にあるときと，2 直線 PQ，PR が垂直に交わるときの実数 x の値をそれぞれ求めよ。

2.　複素数平面上の異なる 3 点 $\mathrm{P}(z_1)$，$\mathrm{Q}(z_2)$，$\mathrm{R}(z_3)$ において，$\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}=\dfrac{1}{4}\left(1+\sqrt{3}\,i\right)$ が成り立つとき，$\triangle\mathrm{PQR}$ はどのような三角形か。

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.27　複素数平面　複素数と三角形(2)

1. $\dfrac{(3+xi)-(2+i)}{(-1-2i)-(2+i)}=\dfrac{1+(x-1)i}{-3-3i}$

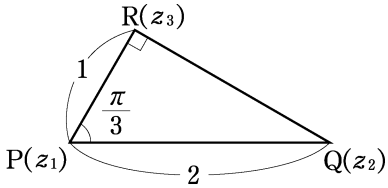
$$=\frac{\{1+(x-1)i\}(1-i)}{-3(1+i)(1-i)}$$

$$=-\frac{x+(x-2)i}{6}$$

であるから，3 点 P，Q，R が一直線上にあるのは，$x=2$ のとき，2 直線 PQ，PR が垂直に交わるのは，$x=0$ のときである。

(10 点)

2. $\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}=\dfrac{1}{4}(1+\sqrt{3}\,i)=\dfrac{1}{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$



$\left|\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}\right|=\dfrac{1}{2}$ より

$$\mathrm{PQ}:\mathrm{PR}=|z_2-z_1|:|z_3-z_1|=2:1$$

また

$$\angle\mathrm{QPR}=\arg\left(\frac{z_3-z_1}{z_2-z_1}\right)=\arg\left\{\frac{1}{4}(1+\sqrt{3}\,i)\right\}=\frac{\pi}{3}$$

したがって，△PQR は，$\angle\mathrm{PRQ}=\dfrac{\pi}{2}$，$\angle\mathrm{QPR}=\dfrac{\pi}{3}$ であるような直角三角形である。

(10 点)