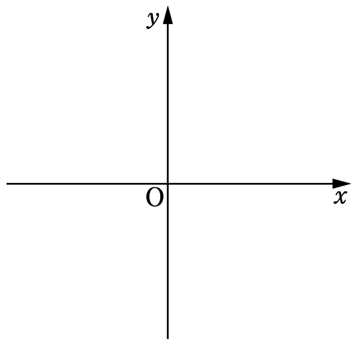
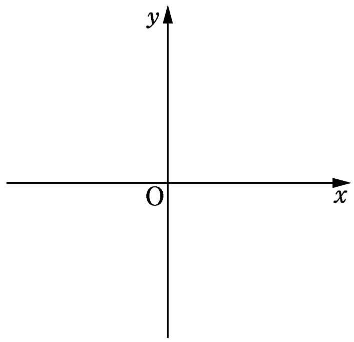
小テスト	No.1　平面上の曲線　放物線				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の放物線の焦点と準線を求め，その概形をかけ。

(1)　$y^2=3x$



(2)　$x^2=-8y$



2.　次の放物線の方程式を求めよ。

(1)　焦点 $(-2,\ 0)$，準線 $x=2$

(2)　焦点 $\left(0,\ \dfrac{1}{3}\right)$，準線 $y=-\dfrac{1}{3}$

小テスト解答　No.1　平面上の曲線　放物線

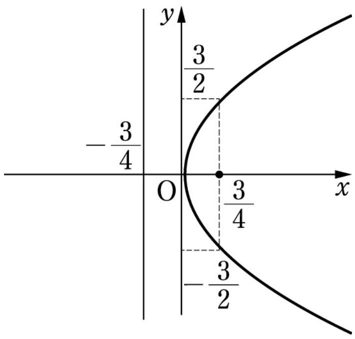
1. (1)　放物線 $y^2=3x$ は

$$y^2=4\cdot\frac{3}{4}x$$

と表すことができるから

焦点は $\left(\frac{3}{4},\ 0\right)$，準線は $x=-\frac{3}{4}$

で，その概形は右の図のようになる。



(5 点)

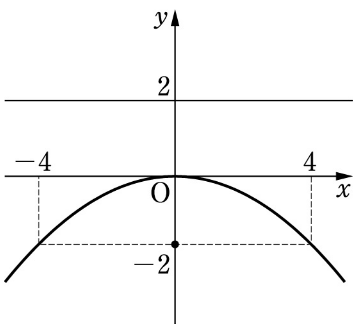
(2)　放物線 $x^2=-8y$ は

$$x^2=4\cdot(-2)y$$

と表すことができるから

焦点 $(0,\ -2)$，準線 $y=2$

で，その概形は右の図のようになる。



(5 点)

2. (1)　求める方程式を $y^2=4px$ とおくと，焦点が $(-2,\ 0)$，準線が $x=2$ であるから

$$p=-2$$

よって，その方程式は　　$y^2=-8x$

(5 点)

(2)　求める方程式を $x^2=4py$ とおくと，焦点が $\left(0,\ \frac{1}{3}\right)$，準線が $y=-\frac{1}{3}$ であるから

$$p=\frac{1}{3}$$

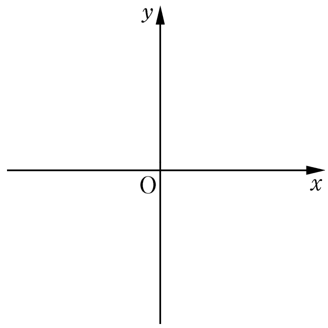
よって，その方程式は　　$x^2=\frac{4}{3}y$

(5 点)

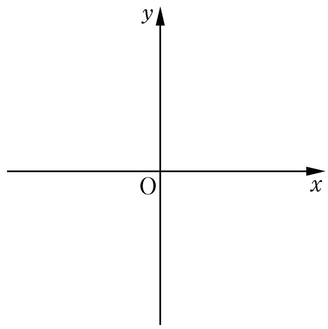
小テスト	No.2　平面上の曲線　楕円(1)				
年	組	番	名前		／20

1.　次の楕円の頂点と焦点を求め，その概形をかけ。

(1)　$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$



(2)　$x^2+9y^2=9$



2.　次の条件を満たす楕円の方程式を求めよ。

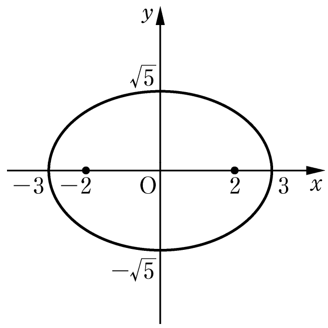
(1)　2 点 $(5,\ 0)$，$(-5,\ 0)$ を焦点とし，点 $(7,\ 0)$ を通る楕円

(2)　2 点 $(3,\ 0)$，$(-3,\ 0)$ からの距離の和が 10 である楕円

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.2　平面上の曲線　楕円(1)

1. (1)　楕円 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$ の頂点は $(3,\ 0)$，$(-3,\ 0)$，$\left(0,\ \sqrt{5}\right)$，$\left(0,\ -\sqrt{5}\right)$ で，長軸の長さは 6，短軸の長さは $2\sqrt{5}$ である。

また，$\sqrt{9-5}=2$ より，焦点は $(2,\ 0)$，$(-2,\ 0)$ であるから，その概形は右の図のようになる。



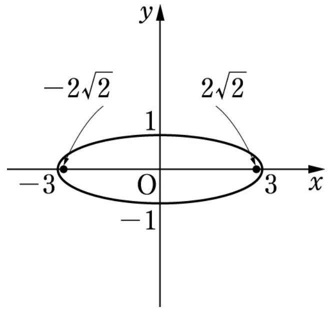
(5 点)

(2)　方程式 $x^2+9y^2=9$ は

$$\frac{x^2}{9}+y^2=1$$

と変形できる。その頂点は $(3,\ 0)$，$(-3,\ 0)$，$(0,\ 1)$，$(0,\ -1)$ で，長軸の長さは 6，短軸の長さは 2 である。

また，$\sqrt{9-1}=2\sqrt{2}$ より，焦点は $\left(2\sqrt{2},\ 0\right)$，$\left(-2\sqrt{2},\ 0\right)$ であるから，その概形は右の図のようになる。



(5 点)

2. (1)　求める楕円の方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$　$(a>0,\ b>0)$ とおくと

$$\sqrt{a^2-b^2}=5,\quad \frac{7^2}{a^2}=1$$

よって，$a=7$，$b=2\sqrt{6}$ であるから，その方程式は

$$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$$

(5 点)

(2)　求める楕円の方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$　$(a>0,\ b>0)$ とおくと

$$2a=10,\quad \sqrt{a^2-b^2}=3$$

よって，$a=5$，$b=4$ であるから，その方程式は

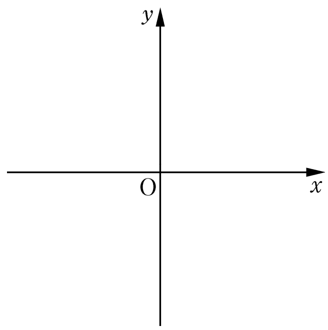
$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$$

(5 点)

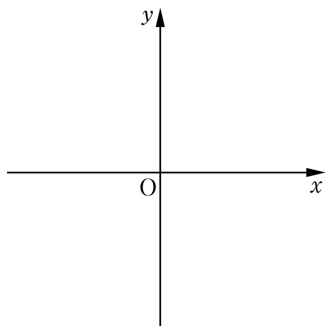
小テスト	No.3　平面上の曲線　楕円(2)			
年	組	番	名前	／20

1.　次の楕円の頂点と焦点を求め，その概形をかけ。

(1)　$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$



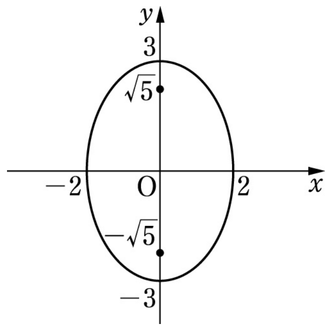
(2)　$9x^2+y^2=1$



2.　円 $x^2+y^2=4$ を x 軸を基準にして，y 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍して得られる図形は，どのような曲線か。

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.3　平面上の曲線　楕円(2)

1. (1)　楕円 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$ の頂点は $(2,\ 0)$，$(-2,\ 0)$，$(0,\ 3)$，$(0,\ -3)$ で，長軸の長さは 6，短軸の長さは 4 である。
また，$\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$ より，焦点は $\left(0,\ \sqrt{5}\right)$，$\left(0,\ -\sqrt{5}\right)$ であるから，その概形は右の図のようになる。

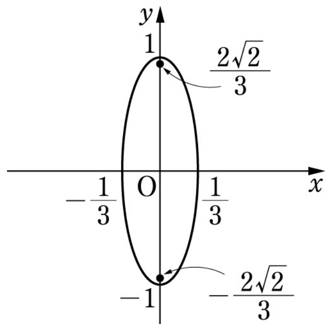


(5 点)

(2)　方程式 $9x^2+y^2=1$ は

$$\frac{x^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}+y^2=1$$

と変形できる。その頂点は，$\left(\dfrac{1}{3},\ 0\right)$，$\left(-\dfrac{1}{3},\ 0\right)$，$(0,\ 1)$，$(0,\ -1)$ で，長軸の長さは 2，短軸の長さは $\dfrac{2}{3}$ である。
また，$\sqrt{1-\dfrac{1}{9}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ より，焦点は $\left(0,\ \dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$，$\left(0,\ -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ であるから，その概形は右の図のようになる。



(5 点)

2. 円 $x^2+y^2=4$ 上の点 $\mathrm{P}(u,\ v)$ が点 $\mathrm{Q}(x,\ y)$ に移るとする。

$$x=u,\quad y=\frac{1}{2}v$$

よって　　$u=x,\quad v=2y$

$u^2+v^2=4$ であるから

$$x^2+(2y)^2=4$$

すなわち　　$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

ゆえに，求める曲線は，楕円 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ である。

(10 点)

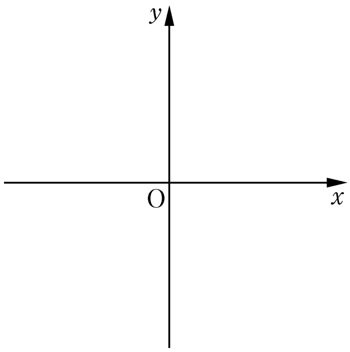
小テスト	No.4　平面上の曲線　双曲線(1)				
年	組	番	名前		／20

1.　次の条件を満たす双曲線の方程式を求めよ。

(1)　2 点 $(3,\ 0)$，$(-3,\ 0)$ からの距離の差が 2

(2)　焦点が $(13,\ 0)$，$(-13,\ 0)$，頂点間の距離が 10

2.　双曲線 $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ の頂点と焦点，および漸近線を求め，その概形をかけ。



$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.4　平面上の曲線　双曲線(1)

1. (1)　求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおくと

$2a=2$，$\sqrt{a^2+b^2}=3$

よって，$a=1$，$b=2\sqrt{2}$ であるから，その方程式は

$x^2-\dfrac{y^2}{8}=1$

(5 点)

(2)　求める双曲線の方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とおくと

$2a=10$，$\sqrt{a^2+b^2}=13$

よって，$a=5$，$b=12$ であるから，その方程式は

$\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{144}=1$

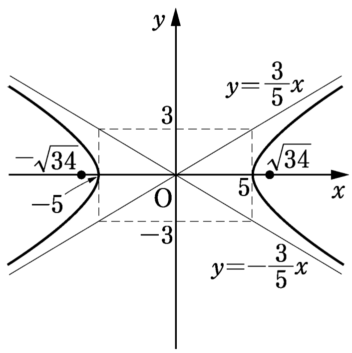
(5 点)

2. 双曲線 $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ について

頂点は $(5,\ 0)$，$(-5,\ 0)$ で，$\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$ より，

焦点は $\left(\sqrt{34},\ 0\right)$，$\left(-\sqrt{34},\ 0\right)$ である。

また，漸近線は $y=\dfrac{3}{5}x$，$y=-\dfrac{3}{5}x$ であり，その概形は右の図のようになる。



(10 点)

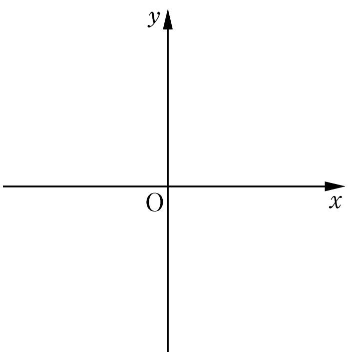
小テスト	No.5　平面上の曲線　双曲線(2)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の条件を満たす双曲線の方程式を求めよ。

(1)　2 点$(0,\ 4)$，$(0,\ -4)$からの距離の差が 6

(2)　中心が原点，点$(0,\ 2)$を通る直角双曲線

2.　双曲線 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=-1$ の頂点と焦点の座標，および漸近線を求め，その概形をかけ。



$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.5　平面上の曲線　双曲線(2)

1.　(1)　求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ とおくと

$2b=6$，$\sqrt{a^2+b^2}=4$

よって，$a=\sqrt{7}$，$b=3$ であるから，その方程式は

$\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{9}=-1$

(5 点)

(2)　求める方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ とおくと

$a=b$，$\dfrac{0^2}{a^2}-\dfrac{2^2}{b^2}=-1$

よって，$a=b=2$ であるから，その方程式は

$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{4}=-1$

(5 点)

2.　双曲線 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=-1$ について

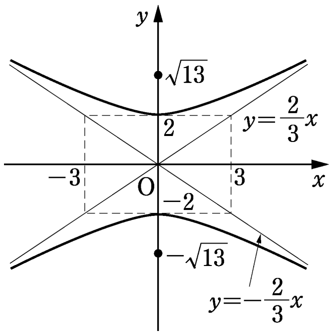
頂点は $(0,\ 2)$，$(0,\ -2)$ で，$\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$ より，

焦点は $\left(0,\ \sqrt{13}\right)$，$\left(0,\ -\sqrt{13}\right)$ である。

また，漸近線は $y=\dfrac{2}{3}x$，$y=-\dfrac{2}{3}x$ であり，その概形は

右の図のようになる。

(10 点)



小テスト	No.6　平面上の曲線　2 次曲線の平行移動(1)				
年	組	番	名前		／20

1. 次の曲線を x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した曲線の方程式を求めよ。また，その焦点を求めよ。

(1)　$\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{y^2}{3}=1$

(2)　$\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{9}=1$

2. 次の放物線の焦点と準線を求めよ。

(1)　$y^2+4x-8y=0$

(2)　$y^2-8x-6y+1=0$

小テスト解答　No.6　平面上の曲線　2次曲線の平行移動(1)

1. (1)　楕円 $\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ……①

を x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した楕円の方程式は

$$\frac{(x+2)^2}{7}+\frac{(y-3)^2}{3}=1 \quad ……②$$

また，$\sqrt{7-3}=\sqrt{4}=2$ より，楕円①の焦点は $(2,\ 0)$，$(-2,\ 0)$ であるから，楕円②の焦点は, 楕円①の焦点を x 軸方向に -2 , y 軸方向に 3 だけ移動した $(0,\ 3)$, $(-4,\ 3)$ である。

(5 点)

(2)　双曲線 $\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{9}=1$ ……①

を x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した双曲線の方程式は

$$\frac{(x+2)^2}{7}-\frac{(y-3)^2}{9}=1 \quad ……②$$

また，$\sqrt{7+9}=\sqrt{16}=4$ より，双曲線①の焦点は $(4,\ 0)$，$(-4,\ 0)$ であるから，双曲線②の焦点は, 双曲線①の焦点を x 軸方向に -2 , y 軸方向に 3 だけ移動した $(2,\ 3)$, $(-6,\ 3)$ である。

(5 点)

2. (1)　この方程式は

$$(y-4)^2=-4(x-4) \quad ……①$$

と変形される。

よって，この方程式は放物線 $y^2=-4x$ を x 軸方向に 4，y 軸方向に 4 だけ平行移動した放物線を表す。

また，放物線 $y^2=-4x$ の焦点は $(-1,\ 0)$，準線は $x=1$ であるから，放物線①の焦点は $(3,\ 4)$，準線は $x=5$ である。

(5 点)

(2)　この方程式は

$$(y-3)^2=8(x+1) \quad ……①$$

と変形される。

よって，この方程式は放物線 $y^2=8x$ を x 軸方向に -1 , y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線を表す。

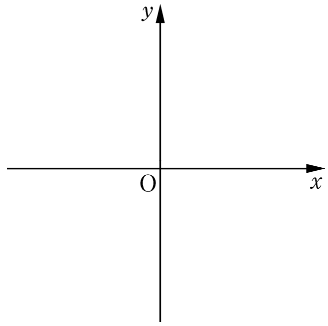
また，放物線 $y^2=8x$ の焦点は $(2,\ 0)$，準線は $x=-2$ であるから，放物線①の焦点は $(1,\ 3)$，準線は $x=-3$ である。

(5 点)

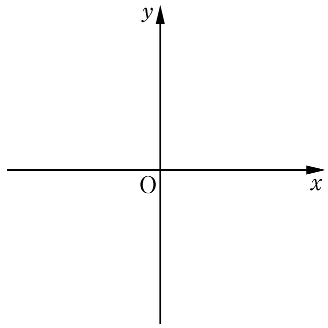
小テスト	No.7　平面上の曲線　2 次曲線の平行移動(2)				
年	組	番	名前		／20

1.　次の方程式はどのような図形を表すか。また，その概形をかけ。

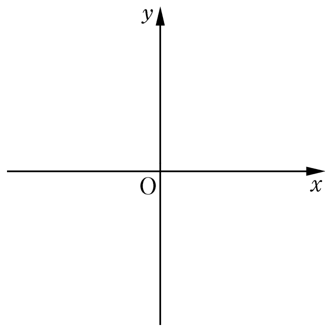
(1)　$y^2-2x-4y=0$



(2)　$x^2+4y^2=8y$



(3)　$4x^2-y^2-2y-5=0$



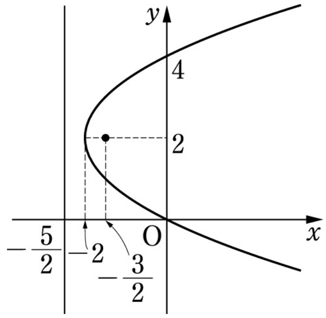
$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.7　平面上の曲線　2 次曲線の平行移動(2)

1.　(1)　方程式を変形すると

$$(y-2)^2=2(x+2)$$

よって，この方程式は放物線 $y^2=2x$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 2 だけ平行移動した放物線を表す。

その概形は右の図のようになる。



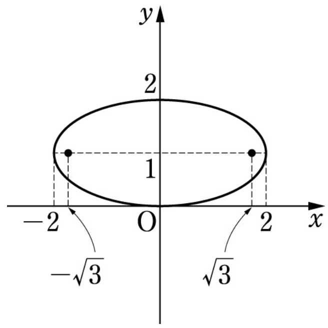
(6 点)

(2)　方程式を変形すると

$$\frac{x^2}{4}+(y-1)^2=1$$

よって，この方程式は楕円 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ を y 軸方向に 1 だけ平行移動した楕円を表す。

その概形は右の図のようになる。



(7 点)

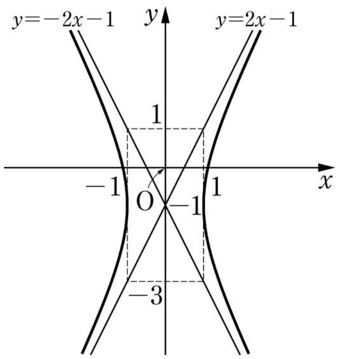
(3)　方程式を変形すると

$$4x^2-(y+1)^2=4$$

$$x^2-\frac{(y+1)^2}{4}=1$$

よって，この方程式は双曲線 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ を y 軸方向に -1 だけ平行移動した双曲線を表す。

この双曲線の漸近線は $y=\pm 2x-1$ で，概形は右の図のようになる。



(7 点)

小テスト	No.8　平面上の曲線　2 次曲線と直線				
	年	組	番	名前	／20

1.　楕円 $4x^2+y^2=5$ と直線 $y=4x+k$ の共有点の個数は，定数 k の値によってどのように変わるか。

2.　放物線 $y^2=4x$ と直線 $y=2x+k$ が接するように，定数 k の値を定めよ。

小テスト解答　No.8　平面上の曲線　2次曲線と直線

1.
$$\begin{cases} 4x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ① \\ y=4x+k & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①，②から y を消去して

$$4x^2+(4x+k)^2=5$$

ゆえに　$20x^2+8kx+k^2-5=0$　$\cdots\cdots$③

③の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(4k)^2-20(k^2-5)=-4(k+5)(k-5)$$

共有点の個数は，③の実数解の個数と一致するから

$D>0$　すなわち　$-5<k<5$ のとき　共有点は2個

$D=0$　すなわち　$k=\pm5$ のとき　共有点は1個

$D<0$　すなわち　$k<-5$，$5<k$ のとき　共有点なし

(10点)

2.
$$\begin{cases} y^2=4x & \cdots\cdots ① \\ y=2x+k & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①，②から y を消去して

$$(2x+k)^2=4x$$

よって　$4x^2+4(k-1)x+k^2=0$　$\cdots\cdots$③

放物線①と直線②が接するのは，2次方程式③の判別式を D とすると，$D=0$ のときであるから

$$\frac{D}{4}=\{2(k-1)\}^2-4k^2=-4(2k-1)=0$$

ゆえに　$k=\dfrac{1}{2}$

(10点)

小テスト	No.9　平面上の曲線　2 次曲線と離心率				
	年	組	番	名前	／20

1. 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ について，定点 $\mathrm{F}(2,\ 0)$ からの距離 PF と y 軸からの距離 PH の比の値を

$$e=\frac{\mathrm{PF}}{\mathrm{PH}}$$

とおく。次の場合の点 P の軌跡を求めよ。

(1)　$e=\sqrt{2}$

(2)　$e=1$

(3)　$e=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

小テスト解答　No.9　平面上の曲線　2次曲線と離心率

1.　$\mathrm{PF}=\sqrt{(x-2)^2+y^2}$,　　$\mathrm{PH}=|x|$

(1)　$\mathrm{PF}=\sqrt{2}\,\mathrm{PH}$ より　　$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=\sqrt{2}\,|x|$

両辺を2乗して　　$(x-2)^2+y^2=2x^2$

整理して変形すると

$$\frac{(x+2)^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1 \quad \cdots\cdots①$$

これは，直角双曲線

$$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1 \quad \cdots\cdots②$$

を x 軸方向に -2 だけ平行移動した直角双曲線を表している。

また, 双曲線②の焦点は $(4,\ 0)$, $(-4,\ 0)$ であるから, 双曲線①の焦点は $(2,\ 0)$, $(-6,\ 0)$ である。

(7点)

(2)　$\mathrm{PF}=\mathrm{PH}$ より　　$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=|x|$

両辺を2乗して　　$(x-2)^2+y^2=x^2$

整理して変形すると

$$y^2=4(x-1) \quad \cdots\cdots①$$

これは，放物線

$$y^2=4x \quad \cdots\cdots②$$

を x 軸方向に1だけ平行移動した放物線を表している。

また, 放物線②の焦点は $(1,\ 0)$, 準線は $x=-1$ であるから, 放物線①の焦点は $(2,\ 0)$, 準線は $x=0$ である。

(6点)

(3)　$\mathrm{PF}=\frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{PH}$ より　　$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=\frac{1}{\sqrt{2}}|x|$

両辺を2乗して　　$(x-2)^2+y^2=\frac{1}{2}x^2$

整理して変形すると

$$\frac{(x-4)^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1 \quad \cdots\cdots①$$

これは，楕円

$$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1 \quad \cdots\cdots②$$

を x 軸方向に4だけ平行移動した楕円を表している。

また，楕円②の焦点は $(2,\ 0)$，$(-2,\ 0)$ であるから，楕円①の焦点は $(6,\ 0)$，$(2,\ 0)$ である。

(7点)

小テスト	No.10　平面上の曲線　曲線の媒介変数表示(1)				
	年	組	番	名前	／20

1. 次の式の媒介変数 t を消去して，x，y の関係式を求めよ。

(1) $\begin{cases} x=t+1 \\ y=3t+2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=2t^2 \\ y=6t \end{cases}$

2. 楕円 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1$ の媒介変数表示を求めよ。

3. 放物線 $y=x^2+2tx+2t^2-2t+1$ の頂点Pは，t の値が変化するとき，どのような曲線上を動くか。

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.10　平面上の曲線　曲線の媒介変数表示(1)

1. (1) $x=t+1$ より　$t=x-1$

これを $y=3t+2$ に代入して　$y=3(x-1)+2$

よって　$y=3x-1$

(5 点)

(2) $y=6t$ より　$t=\dfrac{y}{6}$

これを$x=2t^2$ に代入して　$x=2\cdot\left(\dfrac{y}{6}\right)^2$

よって　$y^2=18x$

(5 点)

2. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1$ より　$\dfrac{x^2}{3^2}+\dfrac{y^2}{5^2}=1$

この楕円は円 $x^2+y^2=3^2$ を x 軸を基準にして y 軸方向に $\dfrac{5}{3}$ 倍して得られる。

よって，媒介変数表示は　$\begin{cases} x=3\cos\theta \\ y=5\sin\theta \end{cases}$

(5 点)

3. 頂点の座標を $\mathrm{P}(X,\ Y)$ とすると

$$\begin{aligned} y&=x^2+2tx+2t^2-2t+1 \\ &=(x+t)^2+t^2-2t+1 \end{aligned}$$

より　$X=-t$，$Y=t^2-2t+1$

これらから t を消去すると

$Y=X^2+2X+1$

よって，頂点 P は，放物線 $y=x^2+2x+1$ 上を動く。

(5 点)

小テスト	No.11　平面上の曲線　曲線の媒介変数表示(2)				
	年	組	番	名前	／20

1. 次の媒介変数表示は，どのような曲線を表すか。

(1) $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = 2\cos\theta + 2 \\ y = 3\sin\theta - 3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = \dfrac{3}{\cos\theta} + 1 \\ y = 2\tan\theta - 2 \end{cases}$

2. 中心 $(2,\ -5)$，半径 5 の円の媒介変数表示を求めよ。

小テスト解答　No.11　平面上の曲線　曲線の媒介変数表示(2)

1. (1)　$y=2t+1$ より $t=\frac{1}{2}(y-1)$ であるから

これを $x=t^2-1$ に代入して　　$x=\left\{\frac{1}{2}(y-1)\right\}^2-1$

よって　　$(y-1)^2=4(x+1)$

この方程式は放物線 $y^2=4x$ を x 軸方向に -1，y 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線を表す。

(5 点)

(2)　$\cos\theta=\frac{x-2}{2}$，$\sin\theta=\frac{y+3}{3}$

である。これらを $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ に代入して整理すると

$$\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$$

この方程式は楕円 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に -3 だけ平行移動した楕円を表す。

(5 点)

(3)　$\frac{1}{\cos\theta}=\frac{x-1}{3}$，$\tan\theta=\frac{y+2}{2}$

である。これらを $1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$ に代入して整理すると

$$\frac{(x-1)^2}{9}-\frac{(y+2)^2}{4}=1$$

この方程式は双曲線 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ を x 軸方向に 1，y 軸方向に -2 だけ平行移動した双曲線を表す。

(5 点)

2. 中心 $(2,\ -5)$，半径 5 の円 O′ は，原点を中心とする半径 5 の円 O を x 軸方向に 2，y 軸方向に -5 だけ平行移動したものである。

円 O の媒介変数表示は

$$\begin{cases} x=5\cos\theta \\ y=5\sin\theta \end{cases}$$

よって，円 O′ の媒介変数表示は

$$\begin{cases} x=5\cos\theta+2 \\ y=5\sin\theta-5 \end{cases}$$

(5 点)

小テスト	No.12　平面上の曲線　極座標と極方程式(1)				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の極座標で表される点の直交座標 $(x,\ y)$ を求めよ。

(1)　$\mathrm{A}\left(3,\ \dfrac{\pi}{3}\right)$

(2)　$\mathrm{B}\left(\sqrt{2},\ \dfrac{3}{4}\pi\right)$

(3)　$\mathrm{C}\left(4,\ \dfrac{5}{6}\pi\right)$

2.　次の直交座標で表される点の極座標 $(r,\ \theta)$ を求めよ。ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(1)　$\mathrm{P}(-3,\ 0)$

(2)　$\mathrm{Q}(1,\ -1)$

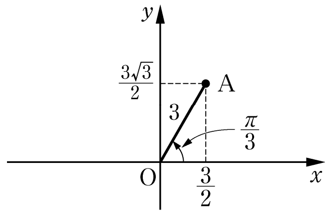
(3)　$\mathrm{R}\left(-1,\ \sqrt{3}\right)$

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.12　平面上の曲線　極座標と極方程式(1)

1. (1)　$x=3\cos\frac{\pi}{3}=\frac{3}{2}$，$y=3\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

であるから，A の直交座標は

$$\left(\frac{3}{2},\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

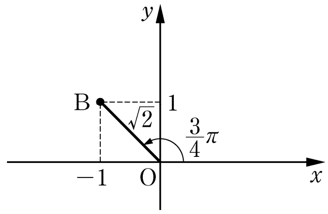


(3 点)

(2)　$x=\sqrt{2}\cos\frac{3}{4}\pi=-1$，$y=\sqrt{2}\sin\frac{3}{4}\pi=1$

であるから，B の直交座標は

$$(-1,\ 1)$$

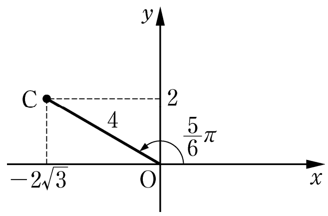


(4 点)

(3)　$x=4\cos\frac{5}{6}\pi=-2\sqrt{3}$，$y=4\sin\frac{5}{6}\pi=2$

であるから，C の直交座標は

$$\left(-2\sqrt{3},\ 2\right)$$



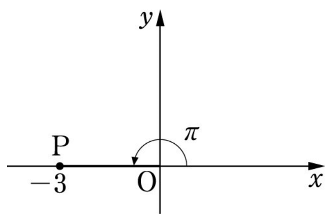
(4 点)

2. (1)　$r=\sqrt{(-3)^2+0^2}=3$ であるから

$\cos\theta=\frac{-3}{3}=-1$，$\sin\theta=\frac{0}{3}=0$

$0\leqq\theta<2\pi$ で考えると　　$\theta=\pi$

よって，P の極座標は　　$(3,\ \pi)$



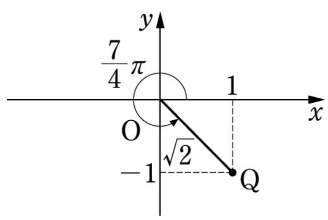
(3 点)

(2)　$r=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$ であるから

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$，$\sin\theta=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

$0\leqq\theta<2\pi$ で考えると　　$\theta=\frac{7}{4}\pi$

よって，Q の極座標は　　$\left(\sqrt{2},\ \frac{7}{4}\pi\right)$



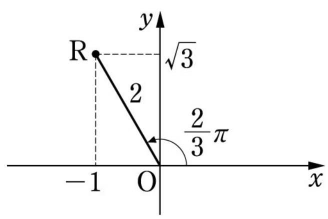
(3 点)

(3)　$r=\sqrt{(-1)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2$ であるから

$\cos\theta=\frac{-1}{2}$，$\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0\leqq\theta<2\pi$ で考えると　　$\theta=\frac{2}{3}\pi$

よって，R の極座標は　　$\left(2,\ \frac{2}{3}\pi\right)$



(3 点)

<table>
<tr><td colspan="2">小テスト</td><td colspan="4">No.13　平面上の曲線　極座標と極方程式(2)</td></tr>
<tr><td></td><td>年</td><td>組</td><td>番</td><td>名前</td><td>／20</td></tr>
</table>

1. 次の極方程式は，どのような図形を表すか。

(1)　$r=4$

(2)　$\theta=\dfrac{5}{6}\pi$

(3)　$r=\dfrac{3}{\cos\theta}$

(4)　$r=\dfrac{4}{\sin\theta}$

(5)　$r=8\cos\theta$

(6)　$r=-2\sin\theta$

2. 極座標が $\left(5,\ \dfrac{\pi}{4}\right)$ である点 A を通り，線分 OA に垂直な直線 l の極方程式を求めよ。

$\boxed{\text{小テスト解答}}$　No.13　平面上の曲線　極座標と極方程式(2)

1. (1)　点 $\mathrm{P}(r,\ \theta)$ が極方程式 $r=4$ を満たすとき，動径の長さ r は 4 で一定で，偏角 θ は任意であるから，この図形は，極 O を中心とする半径 4 の円である。

(2 点)

(2)　点 $\mathrm{P}(r,\ \theta)$ が極方程式 $\theta=\dfrac{5}{6}\pi$ を満たすとき，始線と動径のなす角は $\dfrac{5}{6}\pi$ で一定であるから，この図形は，極 O を通り，始線となす角が $\dfrac{5}{6}\pi$ の直線である。

(2 点)

(3)　極方程式 $r=\dfrac{3}{\cos\theta}$ は

$$r\cos\theta=3$$

すなわち，$x=3$ と変形されるから，直線 $x=3$ を表す。

(3 点)

(4)　極方程式 $r=\dfrac{4}{\sin\theta}$ は

$$r\sin\theta=4$$

すなわち，$y=4$ と変形されるから，直線 $y=4$ を表す。

(3 点)

(5)　両辺に r を掛けて　　$r^2=8r\cos\theta$

$r^2=x^2+y^2$，$r\cos\theta=x$ より　　$x^2+y^2=8x$

すなわち，$(x-4)^2+y^2=16$

したがって，極方程式 $r=8\cos\theta$ は，中心 $(4,\ 0)$，半径 4 の円を表す。

(3 点)

(6)　両辺に r を掛けて　　$r^2=-2r\sin\theta$

$r^2=x^2+y^2$，$r\sin\theta=y$ より　　$x^2+y^2=-2y$

すなわち，$x^2+(y+1)^2=1$

したがって，極方程式 $r=-2\sin\theta$ は，中心 $(0,\ -1)$，半径 1 の円を表す。

(3 点)

2. 直線 l 上の点 $\mathrm{P}(r,\ \theta)$ について

$$\mathrm{OA}=\mathrm{OP}\cos\angle\mathrm{AOP}=r\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$$

OA＝5 であるから，求める極方程式は

$$r\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=5$$

(4 点)

小テスト	No.14　平面上の曲線　極座標と極方程式(3)				
	年	組	番	名前	／20

1. 次の直交座標を用いて表された曲線を，極方程式で表せ。

(1)　$x^2+4y^2=5$

(2)　$x^2-y^2=9$

2. 次の直交座標を用いて表された曲線を，極方程式で表せ。

(1)　$(x-3)^2+y^2=9$

(2)　$x^2+y^2-8y=0$

小テスト解答　No.14　平面上の曲線　極座標と極方程式(3)

1.　曲線上の点 $(x,\ y)$ を極座標 $(r,\ \theta)$ を用いて表すと

$x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$　……①

(1)　①を方程式 $x^2+4y^2=5$ に代入すると

$(r\cos\theta)^2+4(r\sin\theta)^2=5$

よって

$r^2(1+3\sin^2\theta)=5$

(5 点)

(2)　①を方程式 $x^2-y^2=9$ に代入すると

$(r\cos\theta)^2-(r\sin\theta)^2=9$

よって

$r^2\cos2\theta=9$

(5 点)

2.　曲線上の点 $(x,\ y)$ を極座標 $(r,\ \theta)$ を用いて表すと

$x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$　……①

(1)　①を方程式 $(x-3)^2+y^2=9$ に代入すると

$(r\cos\theta-3)^2+(r\sin\theta)^2=9$

$r^2-6r\cos\theta=0$

$r(r-6\cos\theta)=0$

よって　$r=0$，$r=6\cos\theta$

$r=0$ は $r=6\cos\theta$ に含まれるから，求める極方程式は

$r=6\cos\theta$

(5 点)

(2)　①を方程式 $x^2+y^2-8y=0$ に代入すると

$(r\cos\theta)^2+(r\sin\theta)^2-8r\sin\theta=0$

$r^2-8r\sin\theta=0$

$r(r-8\sin\theta)=0$

よって　$r=0$，$r=8\sin\theta$

$r=0$ は $r=8\sin\theta$ に含まれるから，求める極方程式は

$r=8\sin\theta$

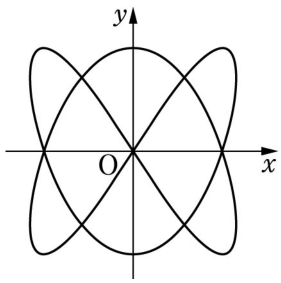
(5 点)

小テスト	No.15　平面上の曲線　いろいろな曲線				
	年	組	番	名前	／20

1.　次の媒介変数表示で表された曲線を何というか。

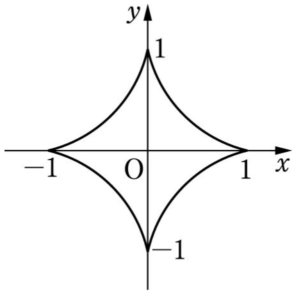
(1)　$\begin{cases} x=\sin m\theta \\ y=\sin n\theta \end{cases}$　(m，n は自然数)

(図は，$m=2$，$n=3$)



(2)　$\begin{cases} x=a\cos^3\theta \\ y=a\sin^3\theta \end{cases}$　(a は正の定数)

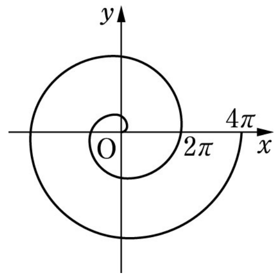
(図は，$a=1$)



2.　次の極方程式で表される曲線を何というか。

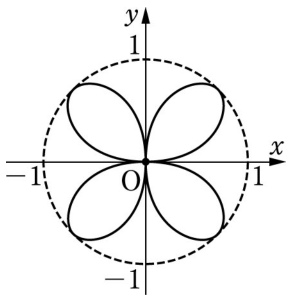
(1)　$r=a\theta$　　(a は正の定数，$\theta \geqq 0$)

(図は，$a=1$)



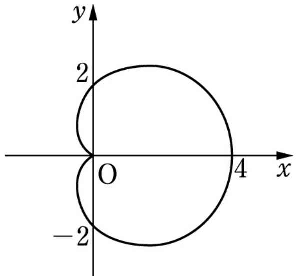
(2)　$r=\sin n\theta$　　(n は自然数)

(図は，$n=2$)



(3)　$r=a(1+\cos\theta)$　　(a は正の定数)

(図は，$a=2$)



小テスト解答　No.15　平面上の曲線　いろいろな曲線

1. (1)　リサージュ曲線

(4 点)

(2)　アステロイド

(4 点)

2. (1)　アルキメデスの渦巻線

(4 点)

(2)　正葉曲線

(4 点)

(3)　カージオイド，または心臓形

(4 点)